

CORREÇÃO FUVEST - 2ª FASE

3º DIA

10.01.2012

Questão M.01

CURSO E COLÉGIO



O polinômio $p(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 8$, em que a, b, c são números reais, tem o número complexo $1 + i$ como raiz, bem como duas raízes simétricas.

a) Determine a, b, c e as raízes de $p(x)$.

b) Subtraia 1 de cada uma das raízes de $p(x)$ e determine todos os polinômios com coeficientes reais, de menor grau, que possuam esses novos valores como raízes.

Resposta:

CURSO E COLÉGIO



a) Como a, b, c são números reais e $1 + i$ é uma de suas raízes, concluímos que $1 - i$ também é raiz de $p(x)$.

a) Sejam α e $-\alpha$ as raízes simétricas de $p(x)$. Utilizando as relações de Girard, temos:

$$\begin{cases} -\alpha + \alpha + (1 + i) + (1 - i) = -a \\ (-\alpha) \cdot \alpha \cdot (1 + i) \cdot (1 - i) = -8 \end{cases}$$

$$\therefore a = -2 \text{ e } \alpha = \pm 2$$

Sabendo que α e $-\alpha$ são raízes de $p(x)$, segue:

$$p(2) = 2^4 - 2 \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + c \cdot 2 - 8 = 0 \Leftrightarrow 4b + 2c = 8 \Leftrightarrow 2b + c = 4$$

$$p(-2) = (-2)^4 - 2 \cdot (-2)^3 + b \cdot (-2)^2 + c \cdot (-2) - 8 = 0 \Leftrightarrow 4b - 2c = -24 \Leftrightarrow$$

$$2b - c = -12$$

Assim, temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 2b + c = 4 \\ 2b - c = -12 \end{cases}$$

$$\therefore b = -2 \text{ e } c = 8$$

Resposta (a): $a = -2, b = -2$ e $c = 8$.

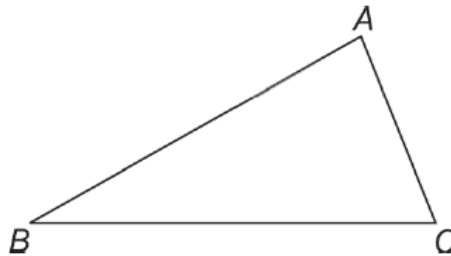
b) As raízes de $p(x)$ são $2, -2, 1 + i$ e $1 - i$.

Ao subtrairmos 1 de cada um desses valores obtemos $1, -3, i$ e $-i$ que, por sua vez, são raízes de $Q(x) = a(x - 1)(x + 3)(x - i)(x + i)$, com $a \in \mathbb{R}^*$

$$Q(x) = a(x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 2x + 3)$$

$$Q(x) = ax^4 + 2ax^3 - 4ax^2 - 2ax + 3a$$

Resposta (b): $Q(x) = ax^4 + 2ax^3 - 4ax^2 - 2ax + 3a, a \in \mathbb{R}^*$



No triângulo acutângulo ABC , ilustrado na figura, o comprimento do lado \overline{BC} mede $\sqrt{15}/5$, o ângulo interno de vértice C mede α , e o ângulo interno de vértice B mede $\alpha/2$. Sabe-se, também, que

$$2 \cos(2\alpha) + 3 \cos \alpha + 1 = 0$$

Nessas condições, calcule

- o valor de $\operatorname{sen} \alpha$;
- o comprimento do lado \overline{AC} .

Resposta:

CURSO E COLÉGIO 

a) Pela relação dada, temos:

$$2 \cos(2\alpha) + 3 \cos \alpha + 1 = 0$$

$$2(\cos^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha) + 3 \cos \alpha + 1 = 0$$

$$2[\cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha)] + 3 \cos \alpha + 1 = 0$$

$$4 \cos^2 \alpha + 3 \cos \alpha - 1 = 0$$

$$\therefore \cos \alpha = -1 \Rightarrow \alpha = \pi \text{ ou } \cos \alpha = \frac{1}{4} \Rightarrow \alpha < \frac{\pi}{2}$$

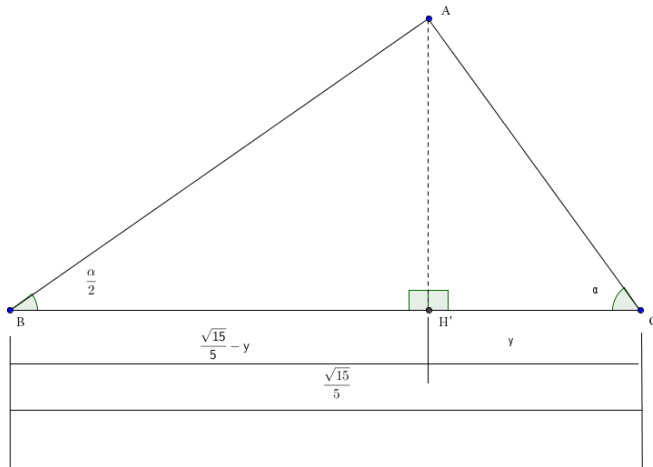
Como cada ângulo interno de um triângulo deve ser menor que π , concluímos que $\cos \alpha = \frac{1}{4}$ ($\alpha < \frac{\pi}{2}$).

Usando a relação fundamental, temos:

$$\operatorname{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \operatorname{sen}^2 \alpha + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1 \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = \pm \sqrt{15/4}$$

Como $\alpha < \frac{\pi}{2}$, $\operatorname{sen} \alpha = \sqrt{15/4}$.

Resposta (a): $\operatorname{sen} \alpha = \sqrt{15/4}$.

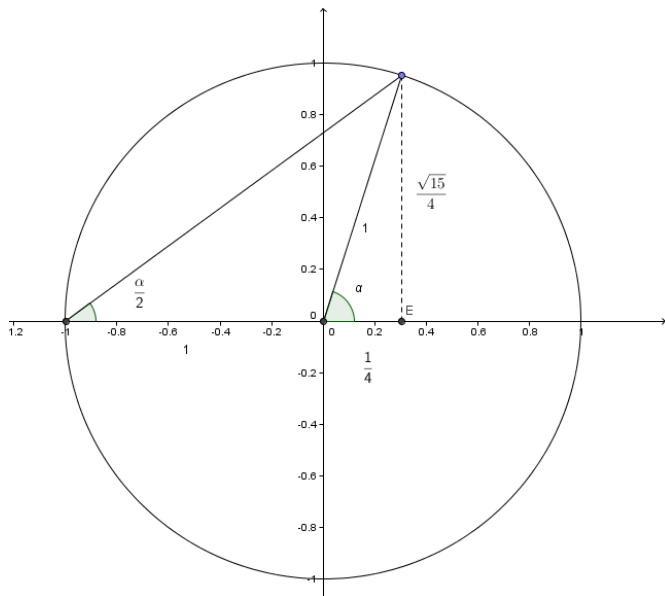


b) Seja H a projeção ortogonal do ponto A no segmento \overline{BC} e denotando a medida do segmento \overline{CH} por y , conforme a figura, tem-se:

$$\cos \alpha = \frac{y}{AC} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{y}{AC} \Leftrightarrow AC = 4y \text{ (I)}$$

$$\sin \alpha = \frac{AH}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{AH}{4y} \Leftrightarrow AH = y\sqrt{15} \text{ (II)}$$

Observe o ciclo trigonométrico



$$\therefore \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{2} \right) = \frac{\frac{\sqrt{15}}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{1} \text{ (III)}$$

De (II) e (III):

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\overline{AH}}{\overline{BH}} \Rightarrow \frac{\sqrt{15}}{5} = \frac{\frac{\sqrt{15}y}{5}}{\frac{\sqrt{15}}{5} - y} \Leftrightarrow y = \frac{\sqrt{15}}{30}$$

Sendo assim, $\overline{AC} = 4 \frac{\sqrt{15}}{30} \Leftrightarrow \overline{AC} = 2 \frac{\sqrt{15}}{15}$

Resposta (b): $\overline{AC} = 2 \frac{\sqrt{15}}{15}$

Questão M.03

CURSO E COLÉGIO



maneiras distintas essas 16 crianças podem ser separadas nos grupos A , B , C e D , cada um deles com 4 jogadores, sabendo que os grupos A e C serão formados apenas por meninas e o grupo B , apenas por meninos?

b) Acontecida a fase inicial do torneio, a fase semifinal terá os jogos entre Maria e João e entre Marta e José. Os vencedores de cada um dos jogos farão a final. Dado que a probabilidade de um menino ganhar de uma menina é $3/5$, calcule a probabilidade de uma menina vencer o torneio.

Resposta:

CURSO E COLÉGIO



a) Distribuindo as 16 crianças segundo as restrições do enunciado temos:

Grupo A – Apenas meninas

$$C_{10,4} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4!} = 210$$

Grupo C – Apenas meninas, mas como 4 já estão no grupo A restaram 6

$$C_{6,4} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{4!} = 15$$

Grupo B – Apenas meninos

$$C_{6,4} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{4!} = 15$$

Grupo D – Sem restrições, porém 12 crianças já estão nos grupos anteriores, então das 16 restaram 4

$$C_{4,4} = 1$$

Assim, o número total de distribuições diferentes é dado por:

$$T = C_{10,4} \cdot C_{6,4} \cdot C_{6,4} \cdot C_{4,4} = 210 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 1 = 47250$$

Resposta (a): 47.250 maneiras.

b) Analisando as possíveis finais temos:

$$(I) \text{ Maria x Marta} \rightarrow P_I = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

$$(II) \text{ Maria x José} \rightarrow P_{II} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{25}$$

$$(III) \text{ João x Marta} \rightarrow P_{III} = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$$

$$(IV) \text{ João x José} \rightarrow P_{IV} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

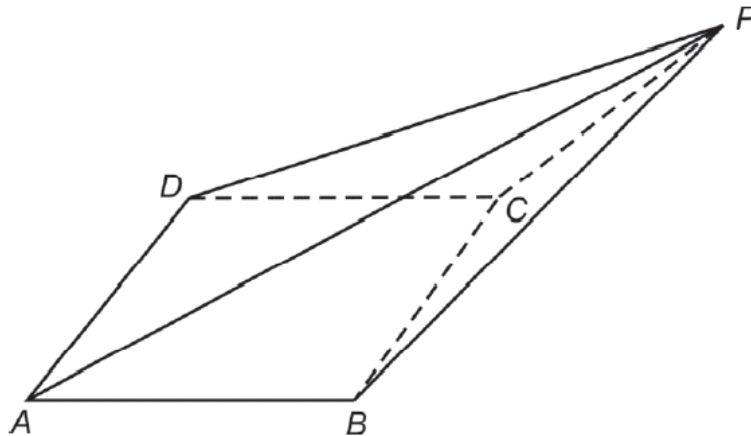
Assim, a probabilidade de uma menina vencer o torneio é:

$$P = 1 \cdot P_I + \frac{2}{5} \cdot P_{II} + \frac{2}{5} \cdot P_{III}$$

$$P = 1 \cdot \frac{4}{25} + \frac{2}{5} \cdot \frac{6}{25} + \frac{2}{5} \cdot \frac{6}{25}$$

$$P = \frac{44}{125}$$

Resposta (b): $\frac{44}{125}$

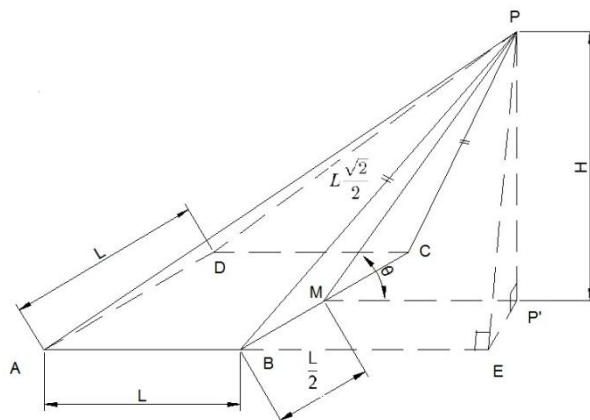


A base do tetraedro $PABCD$ é o quadrado $ABCD$ de lado ℓ , contido no plano α . Sabe-se que a projeção ortogonal do vértice P no plano α está no semiplano de α determinado pela reta \overline{BC} e que não contém o lado \overline{AD} . Além disso, a face BPC é um triângulo isósceles de base \overline{BC} cuja altura forma, com o plano α , um ângulo θ , em que $0 < \theta < \pi/2$. Sendo $PB = \ell\sqrt{2}/2$, determine, em função de ℓ e θ ,

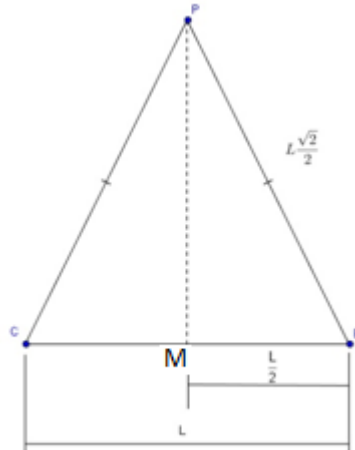
- o volume do tetraedro $PABCD$;
- a altura do triângulo APB relativa ao lado \overline{AB} ;
- a altura do triângulo APD relativa ao lado \overline{AD} .

Resposta:

A figura em questão corresponde a um pentaedro (pirâmide de base quadrangular) e não a um tetraedro, como afirma o enunciado.



a) Para determinar a altura da pirâmide em função de l e θ , devemos encontrar a altura do triângulo PCB:



$$\left(\frac{l\sqrt{2}}{2}\right)^2 = x^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x = \frac{l}{2}$$

No triângulo PMP':

$$\text{sen } \theta = \frac{H}{x} \Rightarrow H = \frac{l}{2} \text{sen } \theta$$

Portanto, o volume da pirâmide solicitado é dado por:

$$V_p = \frac{l^2 \cdot l \cdot \text{sen } \theta}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{l^3}{6} \text{sen } \theta$$

b) A altura do triângulo PAB é o segmento \overline{PE} , sendo E a projeção ortogonal do ponto P na reta \overline{AB} , como mostra a figura:

Desta forma, construímos um retângulo $MP'EB$. Assim, $MB = P'E = \frac{\ell}{2}$

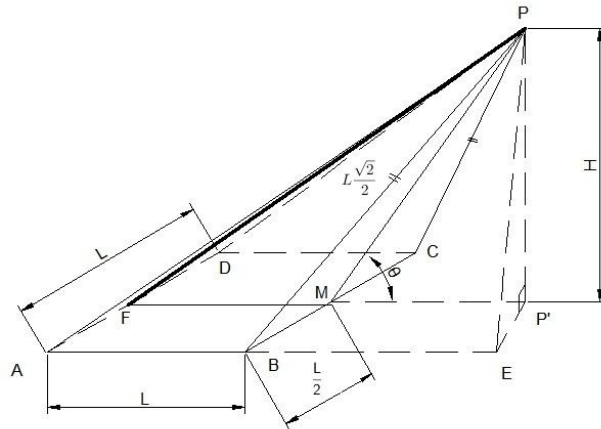
No triângulo retângulo $PP'E$:

$$(PE)^2 = (PP')^2 + (P'E)^2$$

$$(PE)^2 = \left(\frac{\ell \cdot \text{sen } \theta}{2}\right)^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2$$

$$\therefore PE = \frac{\ell \sqrt{1 + \text{sen}^2 \theta}}{2}$$

c) Na figura, observa-se que a altura do triângulo DPA é a hipotenusa do triângulo PPF' .



No triângulo PMP':

$$\cos \theta = \frac{MP'}{MP} \Rightarrow \cos \theta = \frac{MP'}{\frac{l}{2}} \Leftrightarrow MP' = \frac{l}{2} \cos \theta$$

No triângulo PFP':

$$(PF)^2 = (PP')^2 + (FP')^2$$

$$(PF)^2 = \left(\frac{l \operatorname{sen} \theta}{2}\right)^2 + \left(l + \frac{l}{2} \cos \theta\right)^2$$

$$PF = \frac{l}{2} \sqrt{5 + 4 \cdot \cos \theta}$$


Respostas:

a) $\frac{l^3}{6} \operatorname{sen} \theta$

b) $\frac{l\sqrt{1+\operatorname{sen}^2 \theta}}{2}$

c) $\frac{l}{2} \sqrt{5 + 4 \cdot \cos \theta}$


Questão M05

CURSO E COLÉGIO 

Determine para quais valores reais de x é verdadeira a desigualdade

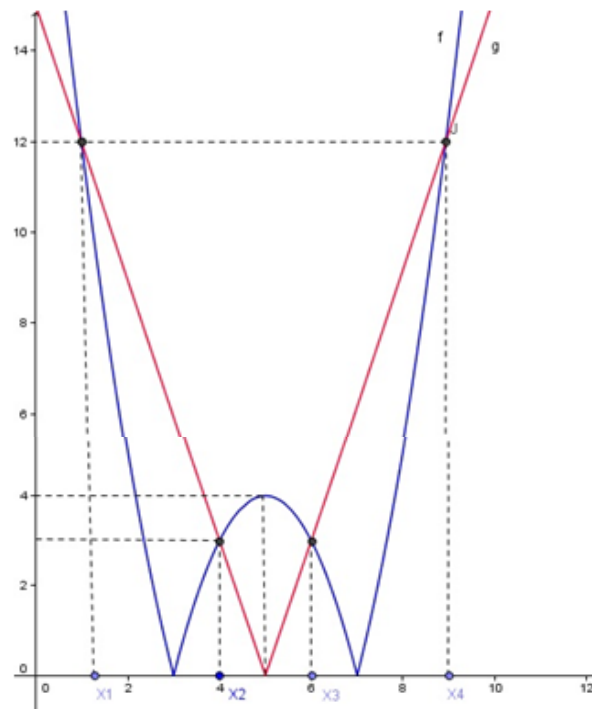
$$|x^2 - 10x + 21| \leq |3x - 15|.$$

Resposta:

CURSO E COLÉGIO 

Seja $f(x) = |x^2 - 10x + 21|$ e $g(x) = |3x - 15|$

No plano cartesiano, temos:

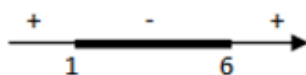


Sejam x_1, x_2, x_3 e x_4 as abscissas dos pontos de intersecção entre os gráficos de f e g .

Para $x < 3$:

$$x^2 - 10x + 21 \leq -3x + 15$$

$$x^2 - 7x + 6 \leq 0$$

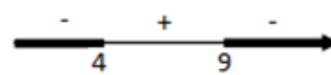


Então: $1 \leq x < 3$ (I)

Para $3 \leq x < 5$:

$$-x^2 + 10x - 21 \leq -3x + 15$$

$$-x^2 + 13x - 36 \leq 0$$

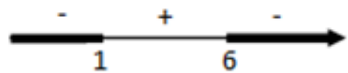


Então $3 \leq x \leq 4$ (II)

Para $5 \leq x < 7$:

$$-x^2 + 10x - 21 \leq 3x - 15$$

$$-x^2 + 7x - 6 \leq 0$$

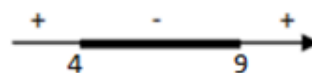


Então $6 \leq x < 7$ (III)

Para $x \geq 7$:

$$x^2 - 10x + 21 \leq 3x - 15$$

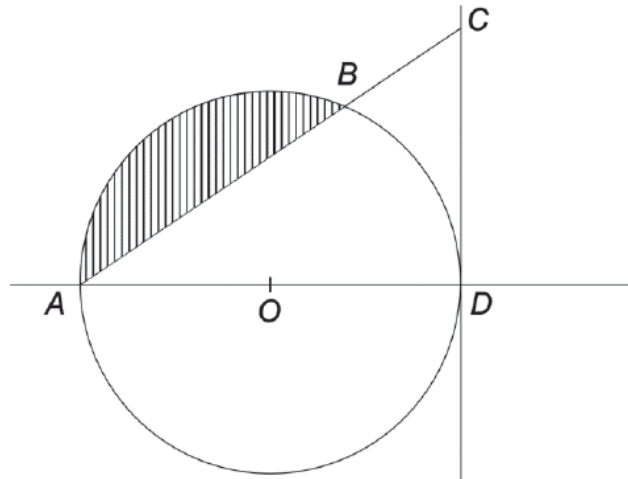
$$x^2 - 13x + 36 \leq 0$$



Então $7 \leq x \leq 9$ (IV)

Portanto, a solução da inequação é obtida pela união dos intervalos (I), (II), (III) e (IV)

$$S = \{x \in \mathbb{R} | 1 \leq x \leq 4 \text{ ou } 6 \leq x \leq 9\}$$



Na figura, a circunferência de centro O é tangente à reta \overline{CD} no ponto D , o qual pertence à reta \overline{AO} . Além disso, A e B são pontos da circunferência, $AB = 6\sqrt{3}$ e $BC = 2\sqrt{3}$. Nessas condições, determine

- a medida do segmento \overline{CD} ;
- o raio da circunferência;
- a área do triângulo AOB ;
- a área da região hachurada na figura.

Resposta:

a) Da figura temos:

$$(AC)(BC) = (CD)^2 \Leftrightarrow 8\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = (CD)^2$$

$$\therefore CD = 4\sqrt{3}$$

b) No triângulo ACD :

$$(AC)^2 = (CD)^2 + (AD)^2 \Leftrightarrow (8\sqrt{3})^2 = (4\sqrt{3})^2 + (AD)^2$$

$$AD = 12$$

Portanto o raio da esfera vale 6.

c) Seja α a medida do ângulo \widehat{CAD} , então

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{CD}{AC} = \frac{4\sqrt{3}}{8\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = 30^\circ$$

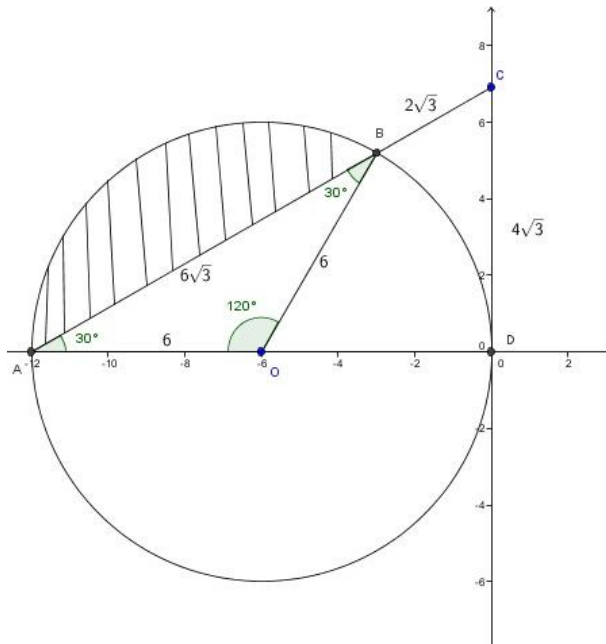
Logo, a área do triângulo AOB é dada por:

$$A_{AOB} = \frac{(AB) \cdot (AO) \cdot \text{sen}30^\circ}{2}$$

$$A_{AOB} = \frac{6\sqrt{3} \cdot 6 \cdot \frac{1}{2}}{2}$$

$$\therefore A_{AOB} = 9\sqrt{3}$$

d) Dos itens anteriores temos a seguinte figura:



A área hachurada (A_H) pode ser obtida pela diferença entre a área do setor circular de ângulo central 120° e a área do triângulo AOB .

$$A_H = \frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 6^2 - 9\sqrt{3}$$

$$\therefore A_H = 3(4\pi - 3\sqrt{3})$$

Respostas:

a) $CD = 4\sqrt{3}$

b) $Raio = 6$

c) $\text{Área do triângulo } AOB = 9\sqrt{3}$

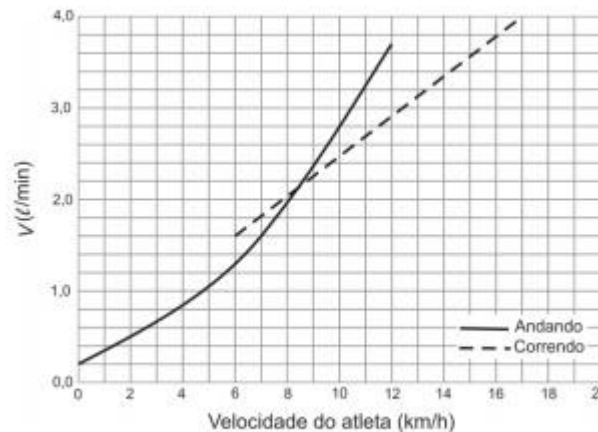
d) $\text{Área do segmento circular} = 3(4\pi - 3\sqrt{3})$

Questão F.01

CURSO E COLÉGIO



A energia que um atleta gasta pode ser determinada pelo volume de oxigênio por ele consumido na respiração. Abaixo está representado o gráfico do volume V de oxigênio, em litros por minuto, consumido por um atleta de massa corporal 70 kg, em função de sua velocidade, quando ele anda ou corre.



Considerando que para cada litro de oxigênio consumido são gastas 5 kcal e usando as informações do gráfico, determine, para esse atleta,

- a) a velocidade a partir da qual ele passa a gastar menos energia correndo do que andando;
- b) a quantidade de energia que ele gasta durante 12 horas de repouso (parado);
- c) a potência dissipada, em watts, quando ele corre a 15 km/h;
- d) quantos minutos ele deve andar, a 7 km/h, para gastar a quantidade de energia armazenada com a ingestão de uma barra de chocolate de 100 g, cujo conteúdo energético é 560 kcal.

NOTE E ADOTE
1 cal = 4 J

Resposta

CURSO E COLÉGIO



a) A intersecção determina a velocidade em que os atletas têm o mesmo gasto de energia, $v \approx 8,5$ km/h. A partir dessa velocidade, o consumo de oxigênio do atleta que está correndo é menor do que o consumo do atleta que está andando.

b) Parado: $v = 0$. Do gráfico, lê-se: consumo = 0,2 l/min

12 horas de repouso = $12 \cdot 60 = 720$ min

Em 12 horas de repouso ele consome $0,2 \cdot 720 = 144$ l de oxigênio.

Como cada litro de oxigênio consumido gasta 5 kcal, foi gasto no total $144 \cdot 5 = 720$ kcal.

c) Quando $v = 15 \text{ km/h}$, o consumo é de $3,6 \text{ l/min}$, ou seja, $3,6 \cdot 5 = 18 \text{ kcal}$ são gastas por minuto.

$$E = 18 \text{ kcal} = 72 \text{ kJ}$$

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$P = \frac{E}{t} \rightarrow P = \frac{72000}{60} \rightarrow P = 1200 \text{ W}$$

d) 1 barra de chocolate = 560 kcal

A 7 km/h o consumo é de $1,6 \text{ l/min}$ de oxigênio, ou seja, ele gasta 8 kcal/min .

$$1 \text{ min} \text{ ----- } 8 \text{ kcal}$$

$$X \text{ min} \text{ ----- } 560 \text{ kcal}$$

$$X = \frac{560 \text{ kcal min}}{8 \text{ kcal}}$$

$$X = 70 \text{ min}$$

Questão F.02

CURSO E COLÉGIO

Nina e José estão sentados em cadeiras, diametralmente opostas, de uma roda gigante que gira com velocidade angular constante. Num certo momento, Nina se encontra no ponto mais alto do percurso e José, no mais baixo; após 15 s, antes de a roda completar uma volta, suas posições estão invertidas. A roda gigante tem raio $R = 20\text{ m}$ e as massas de Nina e José são, respectivamente, $M_N = 60\text{ kg}$ e $M_J = 70\text{ kg}$. Calcule

a) o módulo v da velocidade linear das cadeiras da roda gigante;

b) o módulo a_R da aceleração radial de Nina e José;

c) os módulos N_N e N_J das forças normais que as cadeiras exercem, respectivamente, sobre Nina e sobre José no instante em que Nina se encontra no ponto mais alto do percurso e José, no mais baixo.

NOTE E ADOTE
 $\pi = 3$
 Aceleração da gravidade $g = 10\text{ m/s}^2$

Resposta

CURSO E COLÉGIO

a) Como a roda leva 15 s para efetuar meia volta, o período é $T = 30\text{ s}$.

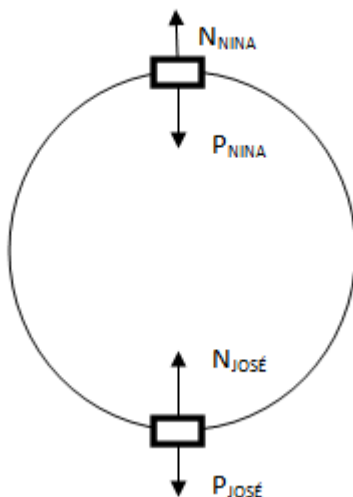
$$v = \frac{2\pi R}{T} \rightarrow v = \frac{2 \cdot 3 \cdot 20}{30} \rightarrow v = 4\text{ m/s}$$

b) Como a aceleração radial independe das massas envolvidas:

$$a_{R, \text{JOSÉ}} = a_{R, \text{NINA}} = a_R$$

$$a_R = \frac{v^2}{R} \rightarrow a_R = \frac{4^2}{20} \rightarrow a_R = 0,8\text{ m/s}^2$$

c) Nessa situação tem-se a seguinte configuração das forças:



A força resultante centrípeta em cada um deles é calculada por:

$$F_{cp\text{JOSÉ}} = N_{\text{JOSÉ}} - P_{\text{JOSÉ}}$$

$$F_{cp\text{NINA}} = P_{\text{NINA}} - N_{\text{NINA}}$$

Para José:

$$\frac{m_J v^2}{R} = N_{\text{JOSÉ}} - P_{\text{JOSÉ}}$$

$$\frac{70.4^2}{20} = N_{\text{JOSÉ}} - 70.10$$

$$56 + 700 = N_{\text{JOSÉ}}$$

$$N_{\text{JOSÉ}} = 756 \text{ N}$$

Para Nina:

$$\frac{m_N v^2}{R} = P_{\text{NINA}} - N_{\text{NINA}}$$

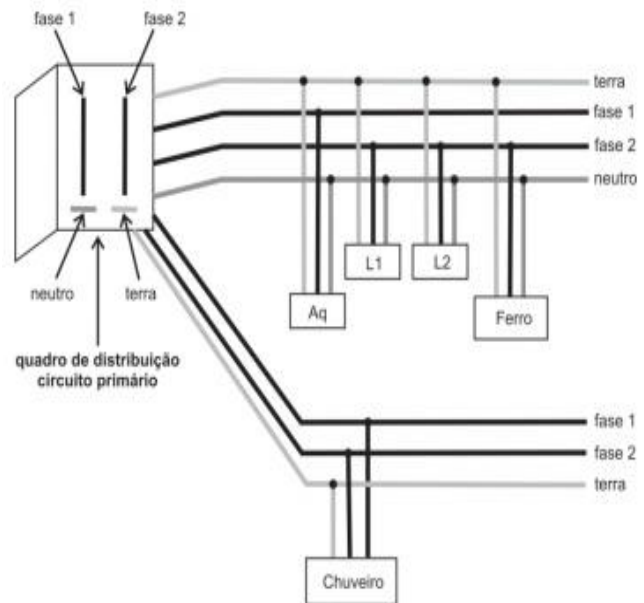
$$\frac{60.4^2}{20} = 60.10 - N_{\text{NINA}}$$

$$N_{\text{NINA}} = 600 + 48$$

$$N_{\text{NINA}} = 648 \text{ N}$$

Questão F.03

A figura ao lado representa, de forma esquemática, a instalação elétrica de uma residência, com circuitos de tomadas de uso geral e circuito específico para um chuveiro elétrico. Nessa residência, os seguintes equipamentos permaneceram ligados durante 3 horas a tomadas de uso geral, conforme o esquema da figura: um aquecedor elétrico (Aq) de 990 W, um ferro de passar roupas de 980 W e duas lâmpadas, L1 e L2, de 60 W cada uma. Nesse período, além desses equipamentos, um chuveiro elétrico de 4400 W, ligado ao circuito específico, funcionou durante 12 minutos. Para essas condições, determine



a) a energia total, em kWh, consumida durante esse período de 3 horas;

b) a corrente elétrica que percorre cada um dos fios fase, no circuito primário do quadro de distribuição, com todos os equipamentos, inclusive o chuveiro, ligados;

c) a corrente elétrica que percorre o condutor neutro, no circuito primário do quadro de distribuição, com todos os equipamentos, inclusive o chuveiro, ligados.

NOTE E ADOTE

A tensão entre fase e neutro é 110 V e, entre as fases, 220 V.
Ignorar perdas dissipativas nos fios.
O símbolo ● representa o ponto de ligação entre dois fios.

Resposta

$$\Delta t = 3 \text{ h} = 3.3600 \text{ s}$$

$$\text{Aquecedor (Aq)} - P_{Aq} = 990 \text{ W}$$

$$\text{Ferro} - P_{Fe} = 980 \text{ W}$$

$$L1 - P_1 = 60 \text{ W}$$

$$L2 - P_2 = 60 \text{ W}$$

$$\text{Chuveiro (Ch)} - P_{ch} = 4400 \text{ W} \rightarrow \Delta t = 12 \text{ min} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5} \text{ h}$$

a) $P_t = \frac{\Delta E_t}{\Delta t_t} \rightarrow \Delta E_t = P_t \cdot \Delta t_t$

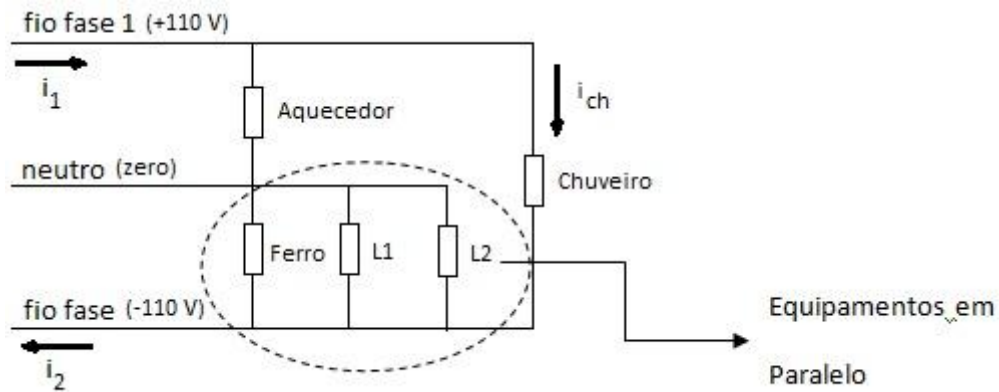
$$\Delta E_t = P_{Aq} \cdot \Delta t + P_{Fe} \cdot \Delta t + P_1 \cdot \Delta t + P_2 \cdot \Delta t + P_{ch} \cdot \Delta t_{ch}$$

$$\Delta E_t = 990.3 + 980.3 + 60.3 + 60.3 + 1440 \cdot \frac{1}{5}$$

$$\Delta E_t = 2970 + 2940 + 180 + 180 + 880$$

$$\Delta E_t = 7150 \text{ Wh} = 7,15 \text{ kWh.}$$

b)



$$i_{ch} = \frac{P_{ch}}{U_{ch}} = \frac{4400}{220} = 20 \text{ A}$$

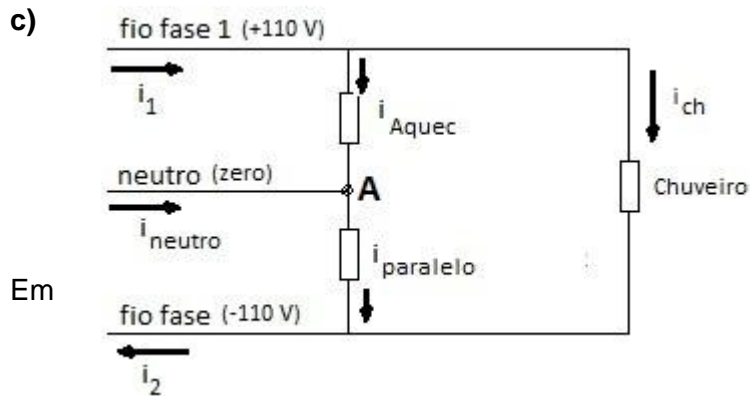
$$i_1 = i_{Aq} = \frac{P_{Aq}}{U_{Aq}} = \frac{990}{110} = 9 \text{ A}$$

$$i_{paralelo} = \frac{1100}{110} = 10 \text{ A}$$

$$i_{fio \text{ fase } 1} = i_{Aq} + i_{ch} = 9 + 20 = 29 \text{ A}$$

$$i_{fio \text{ fase } 2} = i_{paralelo} + i_{ch} = 10 + 20 = 30 \text{ A}$$

c)



A, aplica-se Kirchhoff:

$$i_{paralelo} = i_{Aq} + i_{neutro} \rightarrow 10$$

$$= 9 + i_{neutro}$$

$$\rightarrow i_{neutro} = 1 \text{ A}$$

Um rapaz com chapéu observa sua imagem em um espelho plano e vertical. O espelho tem o tamanho mínimo necessário, $y = 1,0\text{ m}$, para que o rapaz, a uma distância $d = 0,5\text{ m}$, veja a sua imagem do topo do chapéu à ponta dos pés. A distância de seus olhos ao piso horizontal é $h = 1,60\text{ m}$. A figura da página de resposta ilustra essa situação e, em linha tracejada, mostra o percurso do raio de luz relativo à formação da imagem do ponto mais alto do chapéu.

a) Desenhe, na figura da página de resposta, o percurso do raio de luz relativo à formação da imagem da ponta dos pés do rapaz.

b) Determine a altura H do topo do chapéu ao chão.

c) Determine a distância Y da base do espelho ao chão.

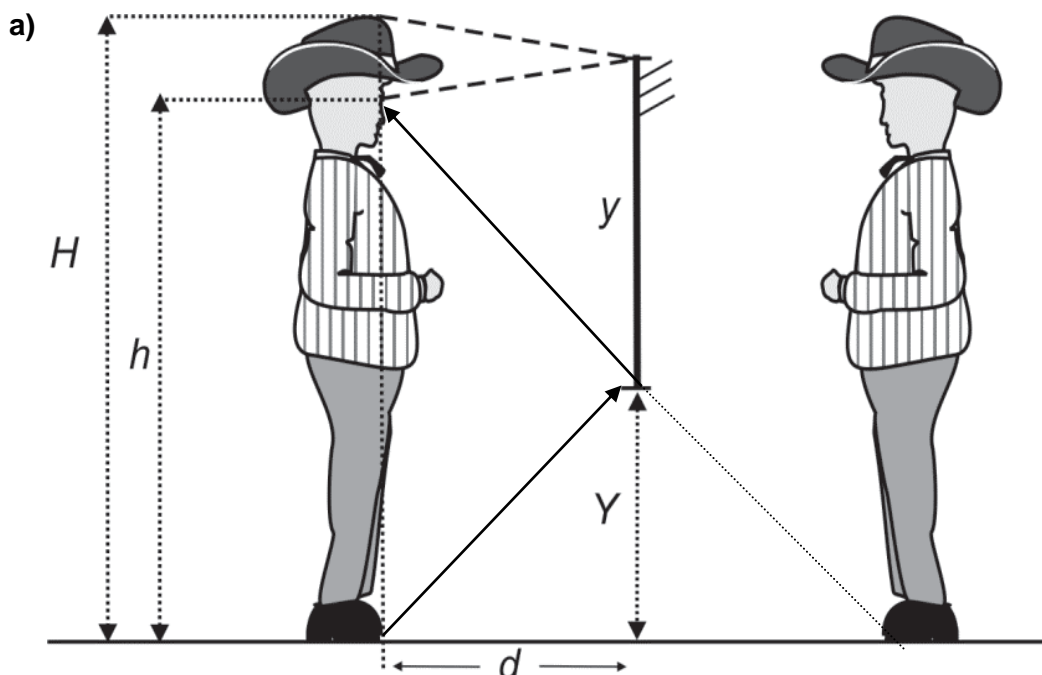
d) Quais os novos valores do tamanho mínimo do espelho (y') e da distância da base do espelho ao chão (Y') para que o rapaz veja sua imagem do topo do chapéu à ponta dos pés, quando se afasta para uma distância d' igual a 1 m do espelho?

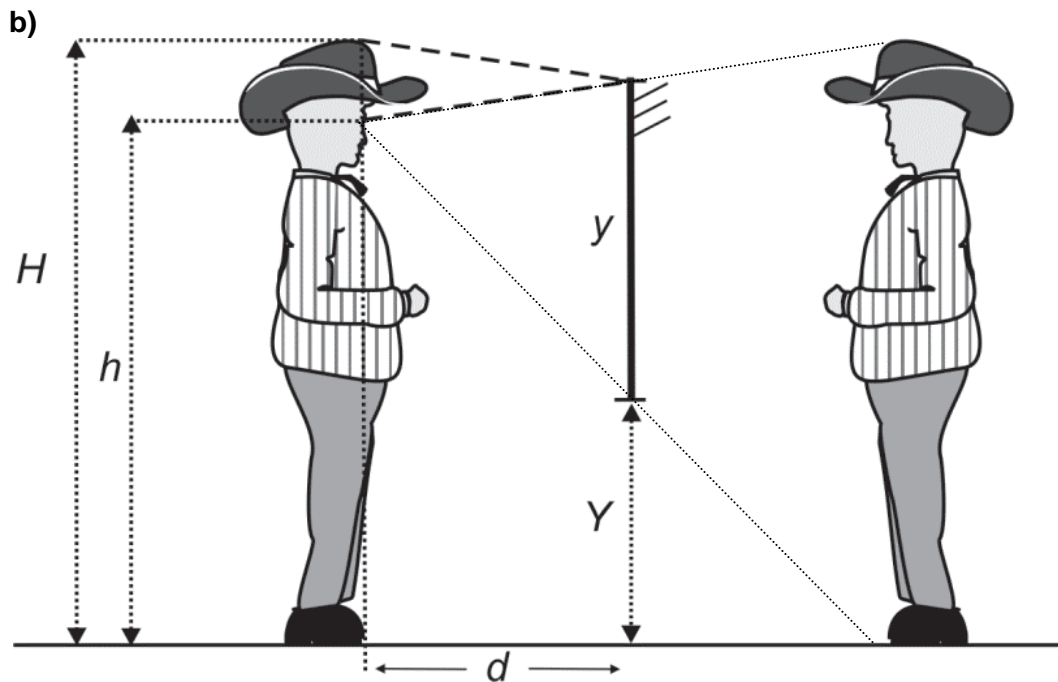
NOTE E ADOTE

O topo do chapéu, os olhos e a ponta dos pés do rapaz estão em uma mesma linha vertical.

Resposta

CURSO E COLÉGIO





Pela semelhança de triângulos da figura:

$$\frac{H}{y} = \frac{2d}{d}$$

Assim: $H = 2 \text{ m}$

c) Ainda pela semelhança de triângulos da figura:

$$\frac{h}{Y} = \frac{2d}{d}$$

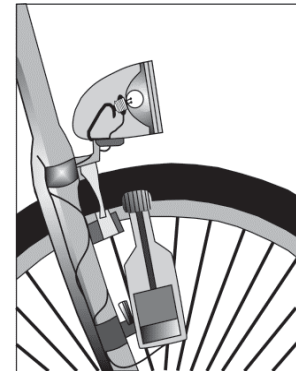
Assim:

$$Y = \frac{1,6}{2} = 0,8 \text{ m}$$

d) Através das relações para o cálculo de H e de Y , percebe-se que, independentemente da distância d , para que o rapaz veja sua imagem do topo do chapéu à ponta dos pés, os valores de H , Y e y devem permanecer inalterados.

Questão F.05

Um ciclista pedala sua bicicleta, cujas rodas completam uma volta a cada 0,5 segundo. Em contato com a lateral do pneu dianteiro da bicicleta, está o eixo de um dínamo que alimenta uma lâmpada, conforme a figura ao lado. Os raios da roda dianteira da bicicleta e do eixo do dínamo são, respectivamente, $R = 50 \text{ cm}$ e $r = 0,8 \text{ cm}$. Determine



- a) os módulos das velocidades angulares ω_R da roda dianteira da bicicleta e ω_D do eixo do dínamo, em rad/s;
- b) o tempo T que o eixo do dínamo leva para completar uma volta;
- c) a força eletromotriz \mathcal{E} que alimenta a lâmpada quando ela está operando em sua potência máxima.

NOTE E ADOTE

$$\pi = 3$$

O filamento da lâmpada tem resistência elétrica de 6Ω quando ela está operando em sua potência máxima de 24 W .

Considere que o contato do eixo do dínamo com o pneu se dá em $R = 50 \text{ cm}$.

Resposta

a) $T_R = 0,5 \text{ s}$

$$\omega_R = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \cdot 3}{0,5} = 12 \text{ rad/s}$$

$$v_R = v_D$$

$$\omega_R \cdot R = \omega_D \cdot r$$

$$12 \cdot 50 = \omega_D \cdot 0,8$$

$$\omega_D = \frac{12 \cdot 50}{0,8} = 750 \text{ rad/s}$$

b)

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \cdot 3}{750} = \frac{6}{750} = \frac{1}{125} \text{ s} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

c)

$$P = \frac{U^2}{R}$$

$$U = \sqrt{P \cdot R} = \sqrt{24 \cdot 6} = \sqrt{4 \cdot 6 \cdot 6} = 2 \cdot 6 = 12 \text{ V}$$

Questão F.06

CURSO E COLÉGIO

Em um laboratório de física, estudantes fazem um experimento em que radiação eletromagnética de comprimento de onda $\lambda = 300 \text{ nm}$ incide em uma placa de sódio, provocando a emissão de elétrons. Os elétrons escapam da placa com energia cinética máxima $E_c = E - W$, sendo E a energia de um fóton da radiação e W a energia mínima necessária para extrair um elétron da placa. A energia de cada fóton é $E = hf$, sendo h a constante de Planck e f a frequência da radiação. Determine

- a frequência f da radiação incidente na placa de sódio;
- a energia E de um fóton dessa radiação;
- a energia cinética máxima E_c de um elétron que escapa da placa de sódio;
- a frequência f_0 da radiação eletromagnética, abaixo da qual é impossível haver emissão de elétrons da placa de sódio.

NOTE E ADOTE

Velocidade da radiação eletromagnética: $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$.

$h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$

W (sódio) = 2,3 eV.

$1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$.

Resposta

CURSO E COLÉGIO

a) $v = \lambda \cdot f$

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

Onde $v = c$

$$f = \frac{3 \cdot 10^8}{300 \cdot 10^{-9}} = 10^{-2} \cdot 10^{17} = 1 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

b) $E = h \cdot f = 4 \cdot 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s} \cdot 10^{15} = 4 \text{ eV} = 6,4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

c) $E_c = E - W = 4 - 2,3 = 1,7 \text{ eV} = 2,7 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

d) Se não há emissão de elétrons, $E_c = 0$

$$E_c = E - W \rightarrow E = W$$

$$f_0 \cdot 4 \cdot 10^{-15} = 2,6$$

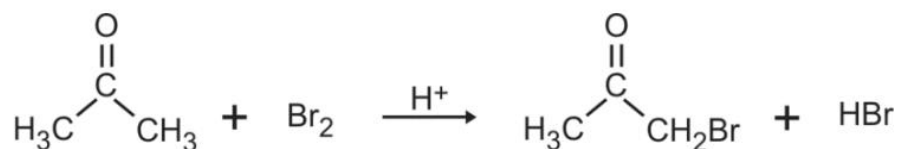
$$f_0 = \frac{2,6}{4 \cdot 10^{-15}} = 0,65 \cdot 10^{15} \text{ Hz} = 6,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Questão Q.01

CURSO E COLÉGIO



Ao misturar acetona com bromo, na presença de ácido, ocorre a transformação representada pela equação química



Dentre as substâncias presentes nessa mistura, apenas o bromo possui cor e, quando este reagente for totalmente consumido, a solução ficará incolor. Assim sendo, a velocidade da reação pode ser determinada medindo-se o tempo decorrido até o desaparecimento da cor, após misturar volumes definidos de soluções aquosas de acetona, ácido e bromo, de concentrações iniciais conhecidas. Os resultados de alguns desses experimentos estão na tabela apresentada na página de resposta

a) Considerando que a velocidade da reação é dada por

concentração inicial de Br_2 / tempo para desaparecimento da cor,

complete a tabela apresentada na página de resposta.

b) A velocidade da reação é independente da concentração de uma das substâncias presentes na mistura. Qual é essa substância? Justifique sua resposta.

Resposta

CURSO E COLÉGIO



a)

Experimento	Concentração inicial de acetona (mol L^{-1})	Concentração inicial de H^+ (mol L^{-1})	Concentração inicial de Br_2 (mol L^{-1})	Tempo decorrido até o desaparecimento da cor (s)	Velocidade da reação ($\text{mol L}^{-1} \text{s}^{-1}$)
1	0,8	0,2	$6,6 \times 10^{-3}$	132	$5,0 \times 10^{-5}$
2	1,6	0,2	$6,6 \times 10^{-3}$	66	$1,0 \times 10^{-4}$
3	0,8	0,4	$6,6 \times 10^{-3}$	66	$1,0 \times 10^{-4}$
4	0,8	0,2	$3,3 \times 10^{-3}$	66	$5,0 \times 10^{-5}$

b) Nota-se que nos experimentos 1 e 2 foram mantidas as concentrações de H^+ e de Br_2 , variando-se apenas a concentração de acetona e isso implicou na variação da velocidade da reação.

Observa-se que nos experimentos 1 e 3 foram mantidas as concentrações de acetona e de Br_2 , variando-se apenas a concentração de H^+ e isso implicou na variação da velocidade da reação.

Nos experimentos 1 e 4 as concentrações de acetona e H^+ foram mantidas constante e variou-se apenas a concentração de Br_2 e isso NÃO alterou a velocidade da reação.

Dessa forma, podemos concluir que a velocidade da reação é independente da concentração de Br_2 . Porém, tal substância é utilizada para o cálculo da velocidade, pois é a única que apresenta coloração.

Questão Q.02

CURSO E COLÉGIO



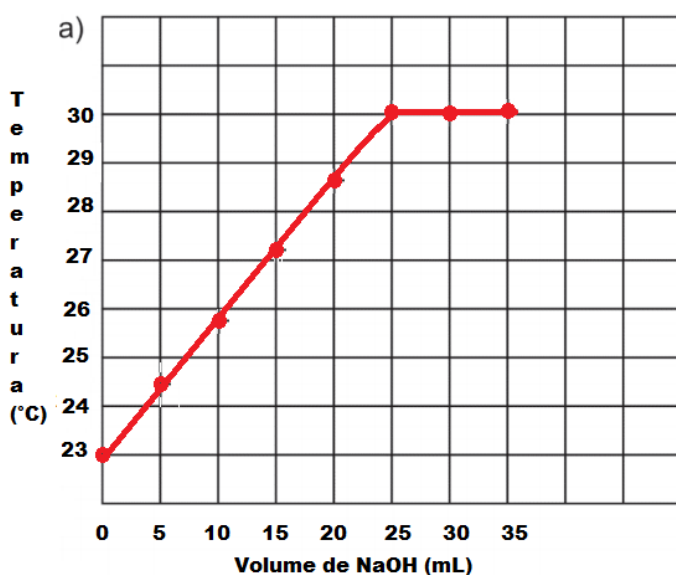
com uma base. Para isso, tomou 8 tubos de ensaio e a cada um deles adicionou 50 mL de uma mesma solução aquosa de HCl e diferentes volumes de água. Em seguida, acondicionou esses tubos em uma caixa de isopor, para minimizar trocas de calor com o ambiente. A cada um desses tubos, foram adaptados uma rolha e um termômetro para medir a temperatura máxima atingida pela respectiva solução, após o acréscimo rápido de volumes diferentes de uma mesma solução aquosa de NaOH. O volume final da mistura, em cada tubo, foi sempre 100 mL. Os resultados do experimento são apresentados na tabela.

Tubo	Volume de HCl (aq) (mL)	Volume de H ₂ O (mL)	Volume de NaOH (aq) (mL)	Temperatura máxima (°C)
1	50	50	0	23,0
2	50	45	5	24,4
3	50	40	10	25,8
4	50	35	15	27,2
5	50	30	20	28,6
6	50	25	25	30,0
7	50	20	30	30,0
8	50	15	35	30,0

- a) Construa um gráfico, no quadriculado apresentado na página de resposta, que mostre como a temperatura máxima varia em função do volume de solução aquosa de NaOH acrescentado.
- b) A reação do ácido com a base libera ou absorve calor? Justifique sua resposta, considerando os dados da tabela.
- c) Calcule a concentração, em mol L⁻¹, da solução aquosa de HCl, sabendo que a concentração da solução aquosa de NaOH utilizada era 2,0 mol L⁻¹

Resposta

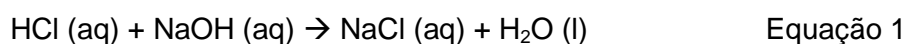
CURSO E COLÉGIO



b) A reação do ácido com a base libera calor. Nota-se isso, pois o volume do ácido é mantido constante e quanto maior o volume de base adicionado maior a temperatura do sistema até que a reação aconteça por completo.

c) Para calcular a concentração da solução aquosa de HCl, deve-se utilizar os dados obtidos no tubo 6, no qual a neutralização ocorre completamente, uma vez que a partir desse experimento, a temperatura não mais se alterou, mesmo aumentando-se a quantidade de base.

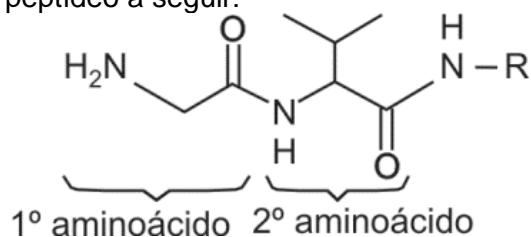
Na Equação 1 observa-se que a proporção ácido:base é 1:1, logo o número de mols de ácido deve ser igual ao número de mols de base.



$$n^\circ (\text{H}^+) = n^\circ (\text{OH}^-) = 2 \text{ mol L}^{-1} \times 25 \times 10^{-3} \text{ L} = 5 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

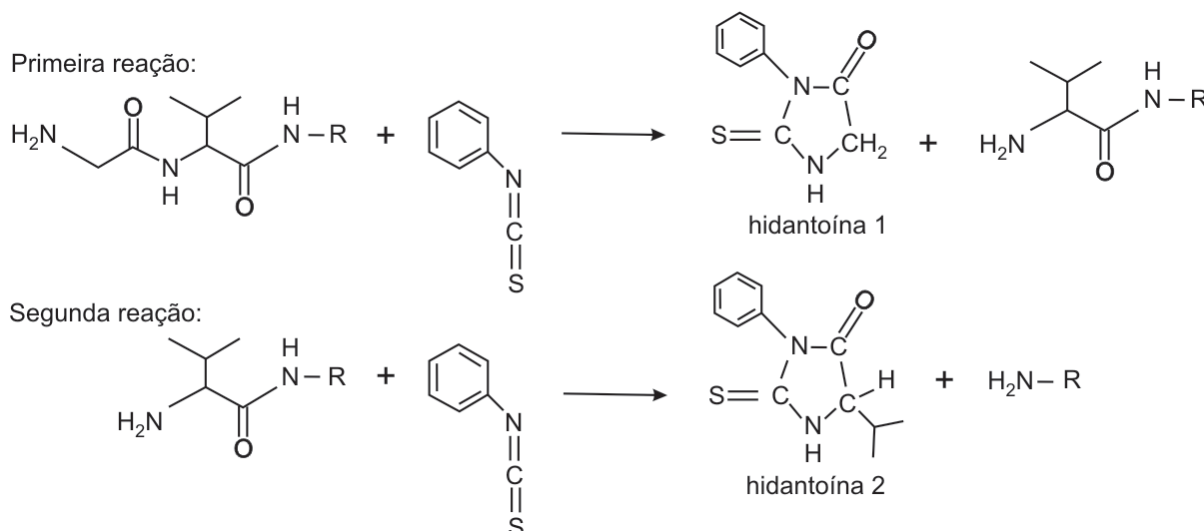
Como há 50 mL ($50 \times 10^{-3} \text{ L}$) de ácido: $[\text{H}^+] = (5 \times 10^{-2}) / (50 \times 10^{-3}) = 1 \text{ mol L}^{-1}$

Peptídeos são formados por seqüências de aminoácidos, como exemplificado para o peptídeo a seguir:



em que R representa o restante da cadeia do peptídeo

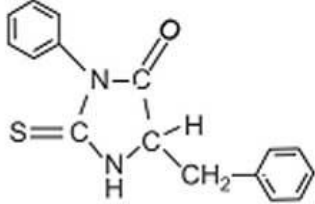
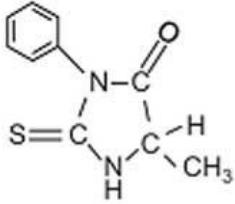
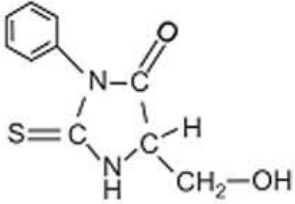
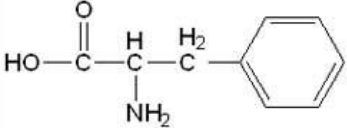
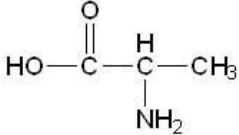
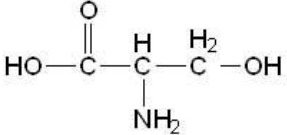
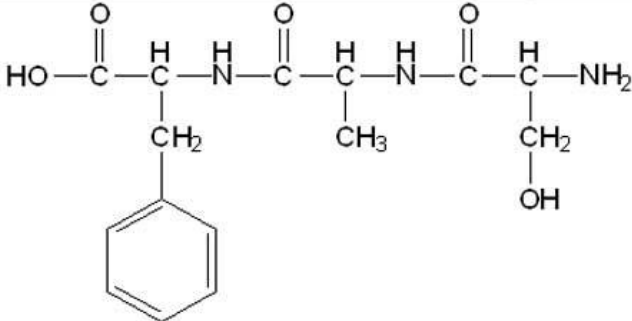
Para identificar os dois primeiros aminoácidos desse peptídeo e também a seqüência de tais aminoácidos, foram efetuadas duas reações químicas. Na primeira reação, formaram-se uma hidantoína e um novo peptídeo com um aminoácido a menos. Esse novo peptídeo foi submetido a uma segunda reação, análoga à anterior, gerando outra hidantoína e outro peptídeo:



O mesmo tipo de reação foi utilizado para determinar a seqüência de aminoácidos em um outro peptídeo de fórmula desconhecida, que é formado por apenas três aminoácidos. Para tanto, três reações foram realizadas, formando-se três hidantoínas, na ordem indicada na página de resposta.

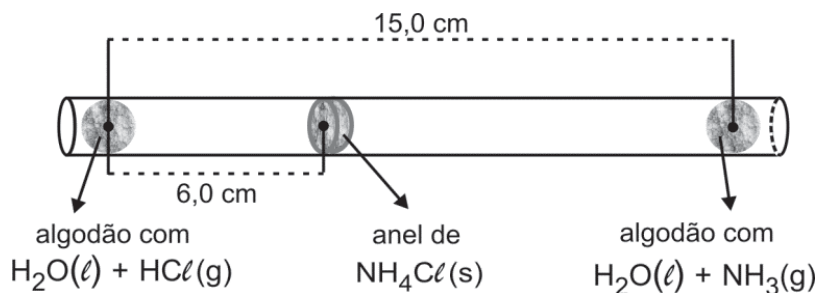
Preencha a tabela da página de resposta, escrevendo

- as fórmulas dos três aminoácidos que correspondem às três respectivas hidantoínas formadas;
- a fórmula estrutural do peptídeo desconhecido formado pelos três aminoácidos do item a).

hidantoína	 <p>primeira hidantoína</p>	 <p>segunda hidantoína</p>	 <p>terceira hidantoína</p>
a) aminoácido			
b) peptídeo formado pelos três aminoácidos do item a)			

Questão Q.04

Uma estudante de Química realizou um experimento para investigar as velocidades de difusão dos gases HCl e NH₃. Para tanto, colocou, simultaneamente, dois chumaços de algodão nas extremidades de um tubo de vidro, como mostrado na figura ao lado. Um dos chumaços estava embebido de solução aquosa de HCl (g), e o outro, de solução aquosa de NH₃ (g). Cada um desses chumaços liberou o respectivo gás. No ponto de encontro dos gases, dentro do tubo, formou-se, após 10 s, um anel de sólido branco (NH₄Cl), distante 6,0 cm do chumaço que liberava HCl (g).



- Qual dos dois gases, desse experimento, tem maior velocidade de difusão? Explique.
- Quando o experimento foi repetido a uma temperatura mais alta, o anel de NH₄Cl (s) se formou na mesma posição. O tempo necessário para a formação do anel, a essa nova temperatura, foi igual a, maior ou menor do que 10 s? Justifique.
- Com os dados do experimento descrito, e sabendo-se a massa molar de um dos dois gases, pode-se determinar a massa molar do outro. Para isso, utiliza-se a expressão

$$\frac{\text{velocidade de difusão do NH}_3 \text{ (g)}}{\text{velocidade de difusão do HCl (g)}} = \sqrt{\frac{\text{massa molar do HCl}}{\text{massa molar do NH}_3}}$$

Considere que se queira determinar a massa molar do HCl. Caso o algodão embebido de solução aquosa de NH₃ (g) seja colocado no tubo um pouco **antes** do algodão que libera HCl (g) (e não simultaneamente), como isso afetará o valor obtido para a massa molar do HCl? Explique.

Resposta

a) Observa-se no tubo que a distância do chumaço de algodão embebido com solução de HCl (g) dista 6,0 cm do ponto de formação do anel. Como o tubo tem um tamanho de 15,0 cm, então a distância do chumaço de algodão embebido com solução de NH₃ (g) e o anel formado é de 9,0 cm (15,0 – 6,0 cm).

Calculando a velocidade de difusão do HCl:

$$\text{velocidade de difusão do HCl (g)} = \frac{\text{distância percorrida do HCl no tubo}}{\text{tempo necessário para a formação do anel}}$$

$$\text{velocidade de difusão do HCl (g)} = \frac{6,0 \text{ cm}}{10 \text{ s}} = 0,6 \text{ cm/s}$$

Calculando a velocidade de difusão do NH₃:

$$\text{velocidade de difusão do NH}_3 \text{ (g)} = \frac{\text{distância percorrida do NH}_3 \text{ no tubo}}{\text{tempo necessário para a formação do anel}}$$

$$\text{velocidade de difusão do NH}_3 \text{ (g)} = \frac{9,0 \text{ cm}}{10 \text{ s}} = 0,9 \text{ cm/s}$$

Portando, no experimento, o NH_3 tem velocidade de difusão maior.

b) O tempo necessário para a formação do anel foi menor que os 10 s porque a velocidade de difusão dos gases aumenta com o aumento da temperatura, assim, os dois gases se encontrarão em um tempo menor e, conseqüentemente, formarão o anel em um tempo menor.

c) Caso o algodão embebido de solução aquosa de NH_3 (g) seja colocado no tubo um pouco antes do algodão que libera HCl (g), a estudante terá a impressão que a velocidade de difusão do NH_3 (g) será ainda maior que a velocidade de difusão do HCl e, ao utilizar a expressão para calcular a massa molar dos gases, encontrará um valor para a massa molar do HCl maior do que o valor real.

Questão Q.05

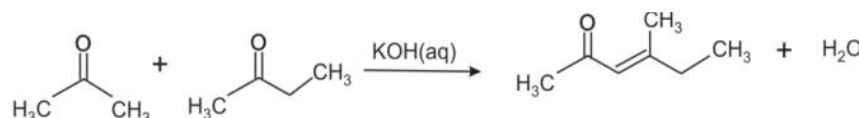
CURSO E COLÉGIO

Dois tipos de reação, bastante utilizados na síntese e transformação de moléculas orgânicas, são

- Ozonólise – reação química em que cada carbono da ligação dupla de um composto orgânico forma uma ligação dupla com oxigênio, como exemplificado:

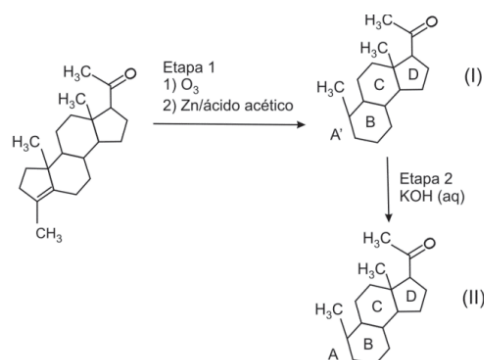


- Condensação aldólica – reação química em que dois compostos carbonílicos se unem e perdem água, formando um novo composto carbonílico com uma ligação dupla adjacente ao grupo carbonila, como exemplificado



Em 1978, esses dois tipos de reação foram utilizados na síntese do hormônio progesterona, de acordo com a sequência ao lado, em que A' e A identificam, respectivamente, partes das fórmulas estruturais dos produtos I e II, cujas representações, ao lado, não estão completas.

Na página de resposta, complete as fórmulas estruturais

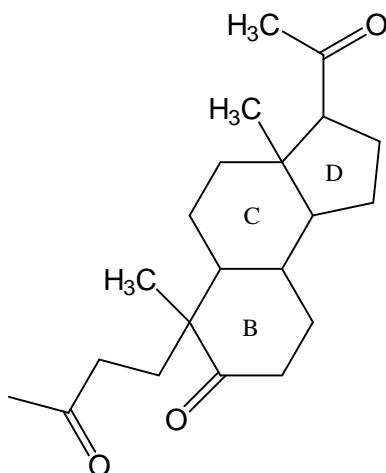


- do composto I;
- do composto II, em que A é um anel constituído por 6 átomos de carbono, e em que o anel B não possui grupo carbonila.

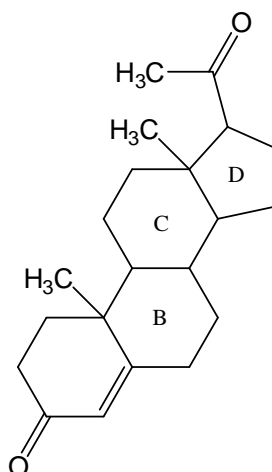
Resposta

CURSO E COLÉGIO

a)



b)



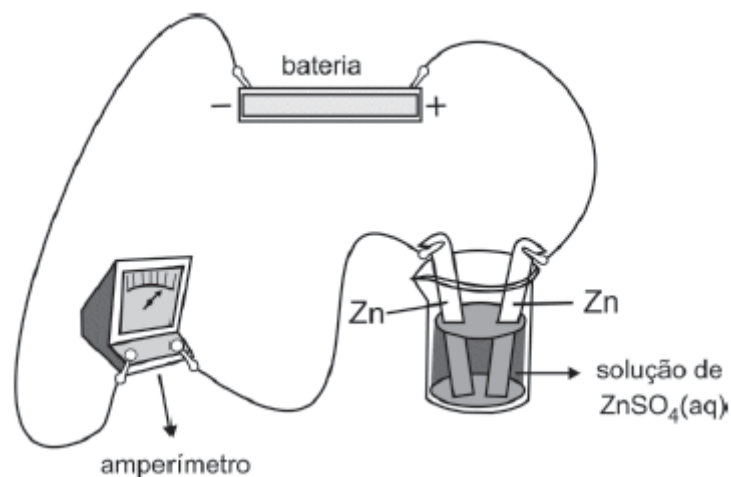
Questão Q.06

CURSO E COLÉGIO

A determinação da carga do elétron pode ser feita por método eletroquímico, utilizando a aparelhagem representada na figura abaixo.

Duas placas de zinco são mergulhadas em uma solução aquosa de sulfato de zinco (ZnSO_4). Uma das placas é conectada ao polo positivo de uma bateria. A corrente que flui pelo circuito é medida por um amperímetro inserido entre a outra placa de Zn e o polo negativo da bateria.

A massa das placas é medida antes e depois da passagem de corrente elétrica por determinado tempo. Em um experimento, utilizando essa aparelhagem, observou-se que a massa da placa, conectada ao polo positivo da bateria, diminuiu de 0,0327 g. Este foi, também, o aumento de massa da placa conectada ao polo negativo.



a) Descreva o que aconteceu na placa em que houve perda de massa e também o que aconteceu na placa em que houve ganho de massa.

b) Calcule a quantidade de matéria de elétrons (em mol) envolvida na variação de massa que ocorreu em uma das placas do experimento descrito.

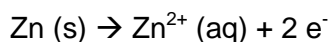
c) Nesse experimento, fluiu pelo circuito uma corrente de 0,050 A durante 1920 s. Utilizando esses resultados experimentais, calcule a carga de um elétron.

Dados: massa molar do Zn = $65,4 \text{ g mol}^{-1}$
constante de Avogadro = $6,0 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

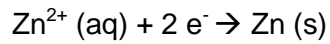
Resposta

CURSO E COLÉGIO

a) Na placa em que houve perda de massa ocorreu a oxidação da placa de zinco, segundo a semirreação:



Na placa em que houve ganho de massa ocorreu a redução dos íons de Zn^{+2} , segundo a semirreação:



b) Observa-se pela reação que 1 mol de Zn ($65,4 \text{ g mol}^{-1}$) está para 2 mols de elétrons (e^{-}); portanto

$$0,0327 \text{ g Zn} \times \frac{2 \text{ mol e}^{-}}{65,4 \text{ g Zn}} = 1 \times 10^{-3} \text{ mol e}^{-}$$

c) Considerando que a quantidade de elétrons utilizada no processo é de $1 \times 10^{-3} \text{ mol}$, temos:

$$i = Q / t$$

$$0,05 \text{ A} = Q / 1920 \text{ s}$$

$$Q = 96 \text{ C}$$

$$1 \text{ mol e}^{-} \times \frac{96 \text{ C}}{1 \times 10^{-3} \text{ mol e}^{-}} = 96 \text{ 000 C}$$

$$1 \text{ e}^{-} \times \frac{96 \text{ 000 C}}{6 \times 10^{23} \text{ e}^{-}} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Questão B.01

CURSO E COLÉGIO

O sangue transporta o gás oxigênio (O_2) para os tecidos e remove deles o dióxido de carbono (CO_2), produto residual do metabolismo.

a) Cada molécula de hemoglobina nas hemácias pode transportar até quatro moléculas de O_2 . Ordene os vasos sanguíneos – veia pulmonar, artéria pulmonar e capilares da circulação sistêmica, de acordo com a concentração de hemoglobina saturada de O_2 neles encontrada, da maior para a menor concentração. Justifique sua resposta.

b) Cerca de 5% do CO_2 produzido nos tecidos é transportado em solução, no plasma sanguíneo. Como o restante do CO_2 é transportado dos tecidos para os pulmões?

Resposta

CURSO E COLÉGIO

a) Da maior para a menor concentração de oxigênio, temos: veia pulmonar, capilares e artéria pulmonar.

A veia pulmonar apresenta maior concentração de O_2 , pois transporta o sangue arterial vindo do pulmão (onde ocorrem trocas gasosas) e o leva de volta para o coração, de onde será bombeado para o corpo. Em seguida, os capilares têm uma quantidade menor de O_2 , pois este gás é repassado para os tecidos do corpo. Por último, com menor concentração de O_2 , temos a artéria pulmonar, que transporta o sangue venoso do coração para os pulmões.

b) O restante do CO_2 é transportado de duas maneiras:

- 70% sob a forma de íon bicarbonato (HCO_3^-) no plasma sanguíneo.
- 25% transportado pela hemoglobina (carboemoglobina).

Questão B.02

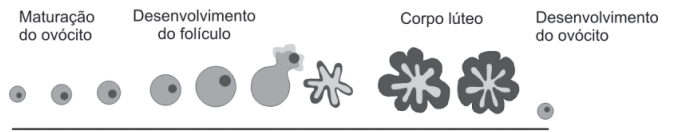
As figuras ao lado mostram os ciclos ovariano e uterino e as variações dos hormônios hipofisários relacionadas com esses ciclos, na mulher. Em cada figura, a representação dos eventos se inicia em tempos diferentes. As figuras estão reproduzidas na página de resposta.

a) Nas linhas horizontais abaixo das figuras A e B, indique, com a letra **M**, o início da menstruação.

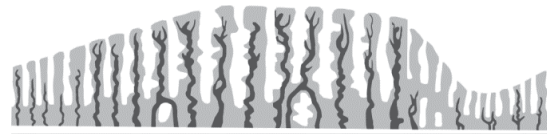
b) Na linha horizontal abaixo da figura C, indique, com a letra **O**, o momento da ovulação.

c) Na gravidez, o que ocorre com a produção dos hormônios representados na figura C?

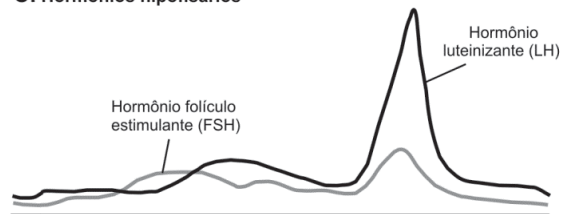
A. Ciclo ovariano



B. Ciclo uterino: desenvolvimento do endométrio



C. Hormônios hipofisários



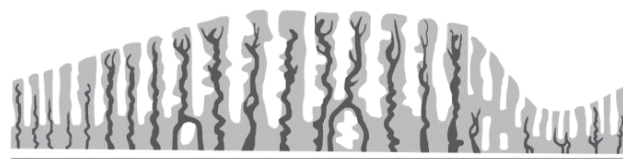
Resposta

a) e b)

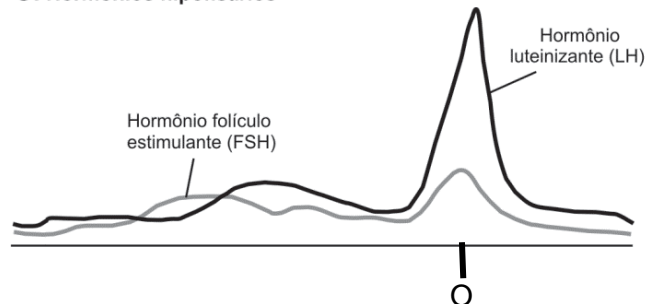
A. Ciclo ovariano



B. Ciclo uterino: desenvolvimento do endométrio

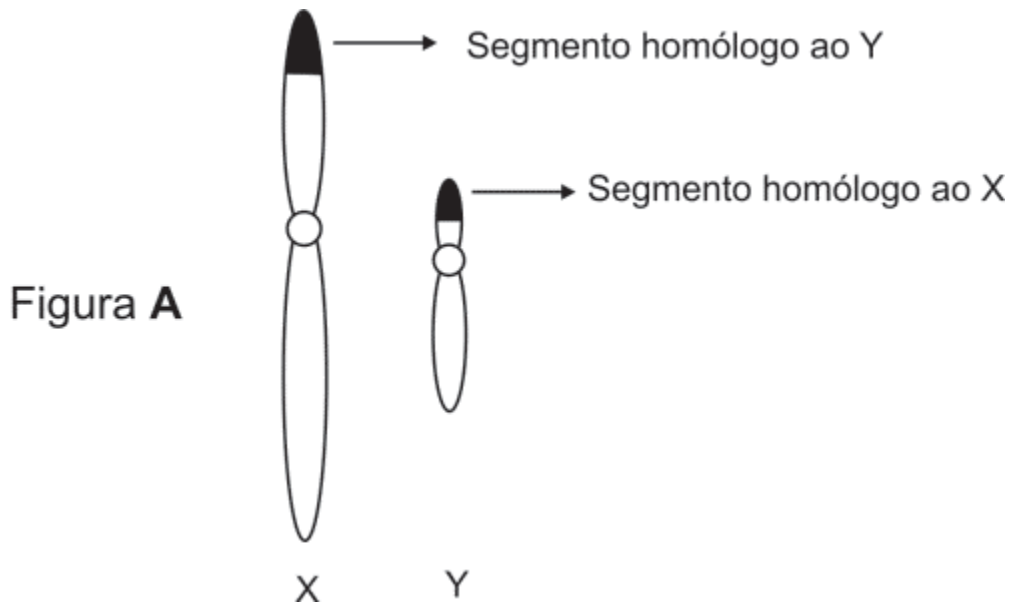


C. Hormônios hipofisários



c) A produção destes hormônios, produzidos pela hipófise diminui, pois é inibida pelo hormônio progesterona, produzido durante a gravidez.

A figura A abaixo mostra o par de cromossomos sexuais humanos X e Y. Esses cromossomos emparelham-se na meiose, apenas pelos segmentos homólogos que possuem nas extremidades de seus braços curtos. Ocorre permuta entre esses segmentos.



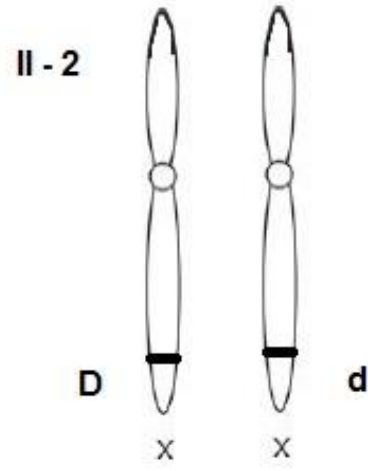
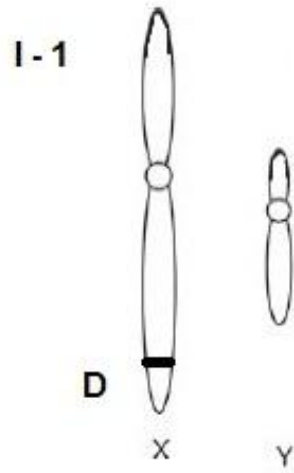
No heredograma (figura B), os indivíduos I-1 e II-2 são afetados por uma doença que tem herança dominante ligada ao X.



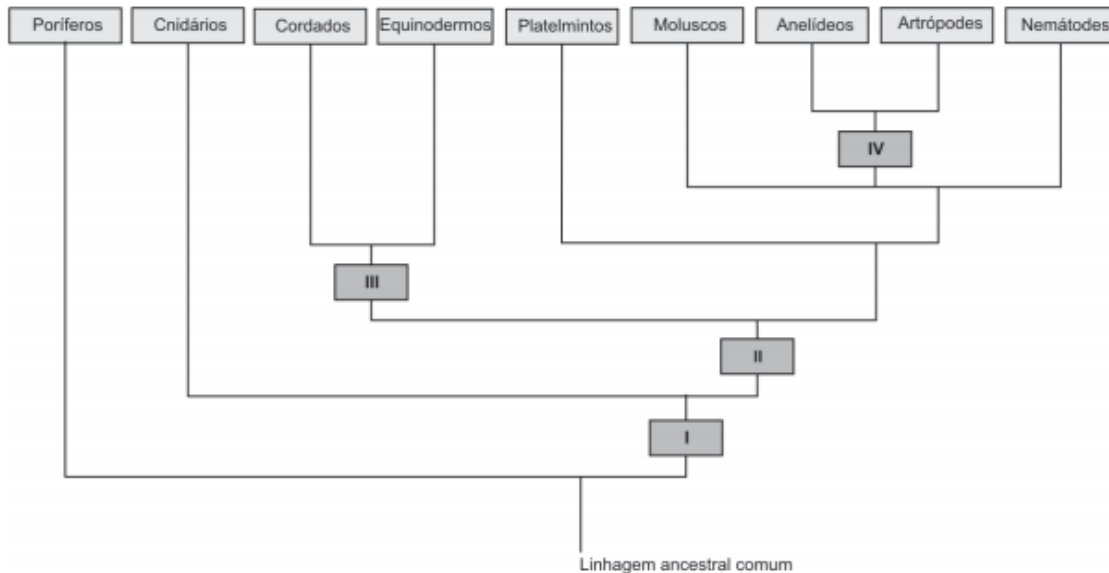
a) Desenhe os cromossomos sexuais de I-1 e II-2, representando-os como aparecem na figura A.

b) Indique os genótipos de I-1 e II-2, localizando, nos cromossomos desenhados, o alelo (*d*) normal e o alelo (*D*) determinante da doença.

a) e b)



O diagrama abaixo representa uma das hipóteses sobre a evolução dos animais metazoários. Nele, os retângulos com os números I, II, III e IV correspondem ao surgimento de novas características morfológicas. Isso significa que os grupos de animais situados acima desses retângulos são portadores da característica correspondente.



a) Liste as características morfológicas que correspondem, respectivamente, aos retângulos com os números I, II, III e IV.

b) Ordene as seguintes características dos cordados, de acordo com seu surgimento na história evolutiva do grupo, da mais antiga à mais recente: pulmões, ovo amniótico, coluna vertebral, endotermia, cérebro.

Resposta

a) As características morfológicas para cada retângulo são:

I – Surgimento dos tecidos verdadeiros e folhetos embrionários; surgimento do sistema digestório.

II – 3 folhetos embrionários, simetria bilateral, cefalização.

III – deuterostomia, esquizoceloma.

IV – metameria.

b) A ordem de surgimento das características citadas é:

1º cérebro;

2º coluna vertebral;

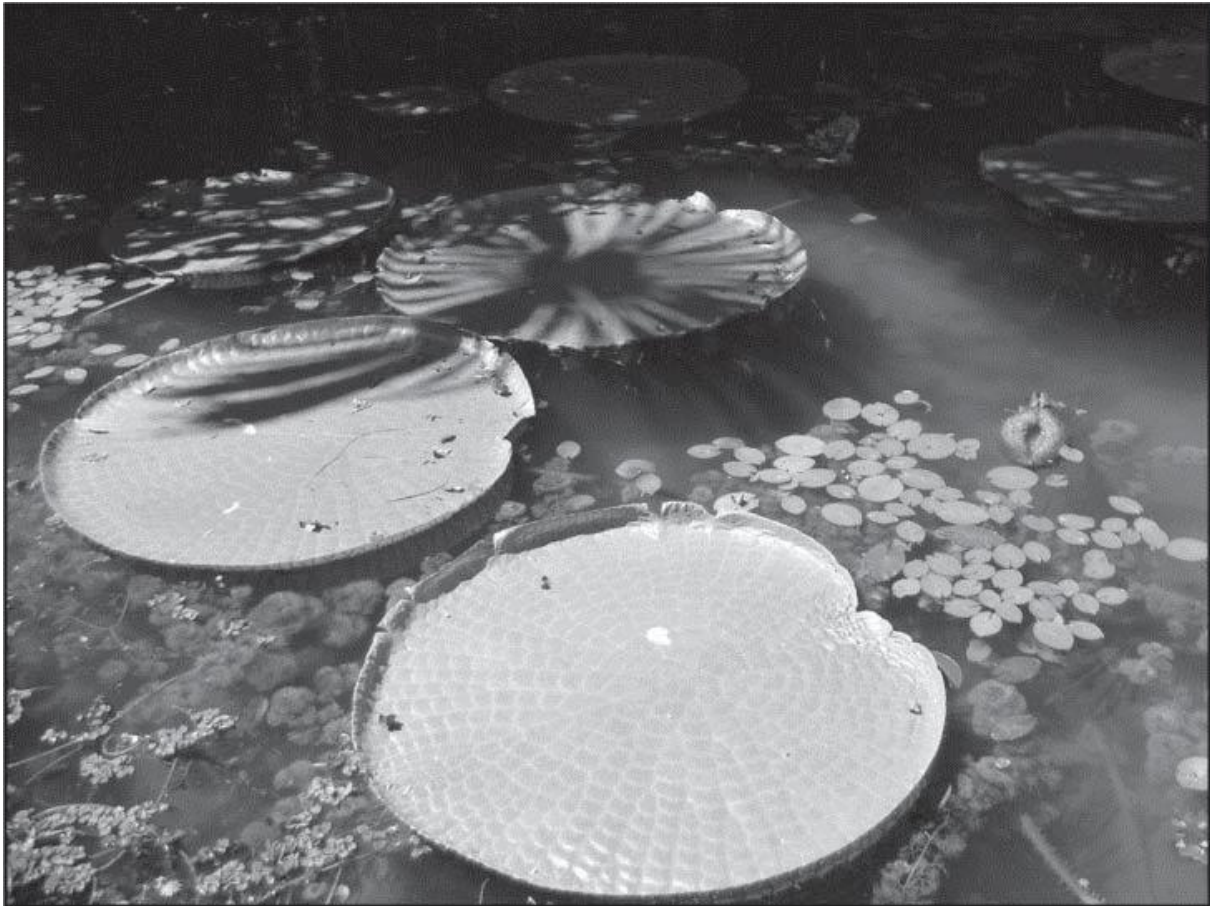
3º pulmões;

4º ovo amniótico;

5º endotermia.

Obs: Feiticeiras, pertencentes aos Ciclostomos, já apresentam cérebro e crânio. Porém, ainda não possuem coluna vertebral.

Na vitória-régia, mostrada na figura abaixo, os estômatos localizam-se na superfície superior da folha, o que acontece também em outras plantas aquáticas.



Fonte: Arquivo da Banca Elaboradora.

- a) Considerando o ambiente em que a vitória-régia ocorre, seus estômatos passam a maior parte do tempo abertos ou fechados? Justifique sua resposta.
- b) Liste o que entra e o que sai do estômato aberto de uma folha.

Resposta

- a) Em ambientes aquáticos, a água não atua como fator limitante na ação estomática, cabendo à luz o controle desse processo. Assim, durante o dia a vitória-régia mantém seus estômatos abertos para a realização de trocas gasosas (entrada de CO_2 e saída de O_2 na fotossíntese e liberação de água na forma gasosa por transpiração), fechando-os à noite.
- b) O estômato aberto de uma folha permite a entrada de CO_2 e a saída de O_2 , gases envolvidos no processo de fotossíntese. Além disso, por transpiração, também ocorre a liberação de água na forma gasosa.

Questão B.06

CURSO E COLÉGIO



O coqueiro (*Cocos nucifera*) é uma monocotiledônea de grande porte. Suas flores, depois de polinizadas, originam o chamado coco-verde ou coco-da-baía. A água de coco é o endosperma, cujos núcleos triploides estão livres no meio líquido.

a) O coco-da-baía é um fruto ou uma semente? Copie a frase do texto acima que justifica sua resposta.

b) O endosperma triploide é uma novidade evolutiva das angiospermas. Que vantagem essa triploidia tem em relação à diploidia do tecido de reserva das demais plantas?

Resposta

CURSO E COLÉGIO



a) O coco-da-baía é um fruto, pois se origina do ovário fecundado e desenvolvido das flores produzidas pelo coqueiro. As sementes, por sua vez, originam-se dos óvulos presentes no interior do ovário, depois de fecundados.

A frase do texto que justifica a resposta é “Suas flores, depois de polinizadas, originam o chamado coco-verde ou coco-da-baía”.

b) Por ser um tecido triploide ($3n$) o endosperma das angiospermas se caracteriza por intensa atividade metabólica, que resulta numa atividade mais intensa de produção de materiais nutritivos.

Não é possível pôr em dúvida por mais tempo, ao passar em revista o estado atual dos conhecimentos, ter havido realmente uma guerra de Troia histórica, em que uma coligação de Aqueus ou Micênicos, sob um rei cuja suserania era conhecida pelos restantes, combateu o povo de Troia e os seus aliados. A Magnitude e duração da luta podem ter sido exageradas pela tradição popular em tempos recentes, e os números dos participantes avaliados muito por cima nos poemas épicos. Muitos incidentes, tanto de importância primária como secundária, foram sem dúvida inventados e introduzidos na narrativa durante a sua viagem através dos séculos. Mas as provas são suficientes para demonstrar não só que a tradição da expedição contra Troia deve basear-se em fatos históricos, mas ainda que boa parte dos heróis individuais nos poemas foi tirada de personagens reais.

Carl W. Blegen. Troia e os troianos. Lisboa, Verbo, 1971. Adaptado.

A partir do texto acima,

- a) identifique ao menos um poema épico inspirado na guerra de Troia e explique seu título;
- b) explique uma diferença e uma semelhança entre poesia épica e história para os gregos da Antiguidade

a) O vestibulando poderia citar aqui duas obras, ambas atribuídas ao poeta Homero: *Íliada* e *Odisseia*. O nome da primeira é derivada do nome grego de Tróia, *Ílion*, dedicando-se a narrar os principais episódios da guerra. A segunda deve seu nome ao herói Odisseu (Ulisses, em grego), voltando-se a narrar as aventuras e percalços enfrentados por ele em seu retorno à Ítaca.

b) Em *Poética*, de Aristóteles, é possível identificar alguns componentes de diferenciação, bem como similaridades entre os dois gêneros.

Como semelhanças, podemos indicar que ambas partem de um evento real para a construção de sua narrativa, assim como operam com valores e modelos próprios da cultura grega, tais como honra, coragem, virtude, etc. Nos dois gêneros, a centralidade e idealização dos heróis também aparece como um tema comum.

Como diferença, vamos recorrer novamente a Aristóteles, que definiu assim a diferença: (...) *com efeito, não diferem o historiador e o poeta, por escreverem verso ou prosa, diferem, sim, em que diz um as coisas que sucederam, e outro as que poderiam suceder*. Em suma, a poesia possuía a liberdade para imaginar, engrandecer e construir um mito em torno de uma narrativa unificadora, enquanto a História deveria se ater à narração dos eventos reais, dedicando-se aos seus detalhes, sem impor a eles sua interpretação própria.

Nos tempos de São Luís (Luís IX), as hordas que surgiam do leste provocaram terror e angústia no mundo cristão. O medo do estrangeiro oprimia novamente as populações. No entanto, a Europa saberia digerir e integrar os saqueadores normandos. Essas invasões tinham tornado menos claras as fronteiras entre o mundo pagão e a cristandade e estimulado o crescimento econômico. A Europa, então terra juvenil, em plena expansão, estendeu-se aos quatro pontos cardeais, alimentando-se, com voracidade, das culturas exteriores. Uma situação muito diferente da de hoje, em que o Velho Continente se entrincheira contra a miséria do mundo para preservar suas riquezas.

Georges Duby. Ano 1000 ano 2000. Na pista de nossos medos. São Paulo: Unesp, 1998, p.50-51. Adaptado.

- a) *Justifique a afirmação do autor de que “essas invasões tinham (...) estimulado o crescimento econômico” da Europa Cristã.*
- b) *Cite um caso do atual “entrincheiramento” europeu e explique, em que sentido, a Europa quer “preservar suas riquezas”*

a) O crescimento econômico a que se refere o autor pode ser melhor percebido em fins da Alta Idade Média, quando o processo das invasões germânicas aproximar-se-ia de seu fim, com a estabilização da propriedade da terra na Europa Medieval e a dinamização da atividade agrícola a partir do intercâmbio cultural entre os herdeiros do mundo romano e as populações germânicas que chegavam. Áreas antes de parca densidade demográfica passaram a ser utilizadas para produção agrícola, bem como grupos nômades se sedentarizaram e assim contribuíram para a ocupação física e econômica do continente.

b) Nesta questão fica visível a integração entre História e Geografia. Como o autor trata das invasões germânicas, ele faz uma ponte direta com a atualidade vivida pelos europeus que enfrentam fluxos migratórios constantes, provenientes de continentes que apresentam sérios problemas socioeconômicos, tais como a África e regiões da Ásia, sem esquecer países da própria América Latina. É notório o acirramento das políticas europeias de contenção da imigração ilegal, com autoridades aeroportuárias mais rígidas na verificação das fronteiras nacionais e identificação de imigrantes indesejados. As mesmas políticas que excluem africanos, asiáticos e latino-americanos não são aplicadas aos cidadãos de países desenvolvidos, tais como japoneses, norte-americanos e australianos. Por fim, o aluno ainda poderia citar a lei contra o véu islâmico aprovada na França, onde o Estado adotou uma clara postura de defesa da cultura nacional diante do crescimento de grupos étnico-culturais tidos como invasivos.

A formação histórica do atual Estado do Rio Grande do Sul está intrinsecamente relacionada à questão fronteiriça existente entre os domínios das duas coroas Ibéricas na América meridional. Desde o século XVIII, esta região foi cenário de constantes disputas territoriais entre diferentes agentes sociais. Atritos que não estiveram restritos apenas às lutas travadas entre luso-brasileiros e hispano-americanos pelo domínio do Continente do Rio Grande.

(Eduardo Santos Neumann, “A fronteira tripartida”, Luiz Alberto Grijó (e outros). **Capítulos de História do Rio Grande do Sul**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2004, p. 25. Adaptado.)

- a) *Caracterize a “questão fronteiriça”, mencionada no texto acima.*
- b) *Quais são as principais diferenças e semelhanças entre a organização socioeconômica do Rio Grande colonial e a de regiões açucareiras, como Bahia e Pernambuco, na mesma época?*

a) O texto menciona as disputas que envolveram os limites ao sul do Brasil, quando os portugueses se aproveitaram do estabelecimento da União Ibérica para estender sua ocupação a oeste, além da Linha de Tordesilhas. A disputa concentrou-se essencialmente em torno da posse de duas áreas: Sete Povos das Missões, inicialmente sob domínio espanhol, e a colônia portuguesa de Sacramento, às margens do rio da Prata. Após uma disputa que duraria mais de um século e seria acompanhada de vários tratados fronteiriços, espanhóis e portugueses sacramentaram a questão, baseando-se do princípio do **uti possidetis** (originalmente levantado no Tratado de Madri) para confirmar a posse portuguesa de Sete Povos das Missões e a espanhola de Sacramento.

b) Enquanto as regiões açucareiras voltaram-se à produção deste gênero com o objetivo de atender o mercado externo, o Rio Grande do Sul iria se especializar na produção do charque (carne seca) a partir da criação de vastos rebanhos bovinos, tendo como mercado principal as próprias províncias coloniais. Os custos envolvidos na implantação dos engenhos acabou limitando consideravelmente a presença de trabalhadores livres e assalariados, compondo a sociedade açucareira de camadas sociais mais estanques, como senhores e escravos. A sociedade gaúcha, ao contrário, pela presença mais marcante de trabalhadores livres na criação dos rebanhos, apresentava uma estratificação maior. Como semelhanças entre estas regiões podemos identificar a utilização da mão-de-obra de escravos africanos, o predomínio do latifúndio, a especialização em uma única atividade econômica e a hegemonia de uma elite colonial sobre as atividades políticas e econômicas da região.

Não parece fácil determinar a época em que os habitantes da América lusitana, dispersos pela distância, pela dificuldade de comunicação, pela mútua ignorância, pela diversidade, não raro, de interesses locais, começam a sentir-se unidos por vínculos mais fortes do que todos os contrastes ou indiferenças que os separam, e a querer associar esse sentimento ao desejo de emancipação política. No Brasil, as duas aspirações – a da independência e a da unidade – não nascem juntas e, por longo tempo ainda, não caminham de mãos dadas.

Sérgio Buarque de Holanda, “A herança colonial – sua desagregação”. História geral da civilização brasileira, tomo II, volume 1, 2ª ed., São Paulo: DIFEL, 1965, p. 9.

- a) Explique qual a diferença entre as aspirações de “independência” e de “unidade” a que o autor se refere.
- b) Indique e caracterize ao menos um acontecimento histórico relacionado a cada uma das aspirações mencionadas no item a).

a) A aspiração de “independência” a qual o autor se refere está relacionada à quebra do pacto colonial entre Portugal e Brasil, assegurando a emancipação política da colônia (Política das Cortes). Contudo, a “unidade”, ou seja, a manutenção do território da América Portuguesa, não foi um processo que ocorreu concomitantemente à independência, pois necessitava do reconhecimento das províncias como pertencentes de uma mesma nação.

b) À independência podemos relacionar a Inconfidência Mineira, primeira grande revolta emancipacionista, além da própria independência do Brasil. À unidade está relacionada ao projeto unionista de Dom Pedro I que, em aliança com elites locais do Centro-Sul, se pautou numa política de tentativa de aproximação com as províncias do Nordeste, a fim de reprimir as rebeliões do período.

Leia este texto, que se refere à dominação europeia sobre os povos e terras africanas.

Desde o século XVI, os portugueses e, trezentos anos mais tarde, os franceses, britânicos e alemães souberam usar os povos [africanos] mais fracos contra os mais fortes que desejavam submeter. Aliaram-se àqueles e somaram os seus grandes números aos contingentes, em geral pequenos, de militares europeus.

Alberto da Costa e Silva. A África explicada aos meus filhos. Rio de Janeiro: Agir, 2008, p. 98.

- a) Diferencie a presença europeia na África nos dois períodos aos quais o texto se refere.*
- b) Indique uma decorrência, para o continente africano, dessa política colonial de estimular conflitos internos.*

Resposta

a) No primeiro momento, século XVI, a presença europeia na África se dava pela necessidade de manutenção da economia mercantilista, que se pautava, entre outros fatores, na exploração das colônias. No caso das colônias africanas, serviram para o abastecimento do tráfico transatlântico de escravos, bem como para a acumulação de metais preciosos, elemento importante do mercantilismo.

O segundo momento, século XIX, trata-se do Neocolonialismo, processo de dominação política que tinha como objetivo a exploração de matéria-prima, mão-de-obra barata, garantia de mercado consumidor e opções de investimentos para as nações europeias que disputavam intensamente territórios da África e Ásia.

b) A política europeia de “dividir para dominar” acabou conduzindo diversos territórios coloniais a um longo processo de disputa interna pelo poder entre etnias rivais, bem como a exploração econômica predatória aplicada pelos europeus não legaram aos africanos estruturas que lhes permitissem desenvolver a utilização de seus recursos naturais. As guerras civis que se seguiram à evacuação dos exércitos metropolitanos deixaram como herança a total desestruturação econômica dos países que as enfrentaram, bem como abriram feridas profundas que dificultaram a integração cultural e política entre as diversas etnias em disputa pelo poder. Como resultado, desde a independência das ex-colônias africanas, o continente convive com a miséria, a fome e imensos obstáculos à estabilização econômica e política.

O cartaz abaixo, parte de uma campanha sindical pela redução da jornada diária de trabalho, foi divulgado em 1919 pela União Interdepartamental da Confederação Geral dos Trabalhadores da Região do Sena, na França.



<http://eweboedacoique.com/ericdarrasse/category/non-classe>

Tradução dos escritos do cartaz: “União dos Sindicatos de Trabalhadores do Sena”. “As 8 horas”. “Operário, a regra foi aprovada, mas apenas sua ação a fará ser aplicada”.

a) Identifique um elemento visual no cartaz que caracterize a principal reivindicação dos sindicatos e o explique.

b) Identifique e analise a visão de luta social que a cena principal do cartaz apresenta.

a) O cartaz apresenta como elemento central e destacado um relógio, em torno do qual duas classes sociais, operário e burgueses, lutam na tentativa de impor seus interesses específicos. Não podemos deixar de lembrar que a Revolução Industrial tornou o relógio um mecanismo fundamental do imaginário social, levando a imensas mudanças no cotidiano das famílias operárias e contribuindo para a emergência de uma nova concepção de passagem do tempo. O cartaz busca chamar a atenção para a luta empreendida pelo movimento sindical para a regulamentação da jornada de trabalho em oito horas diárias.

b) Observando de modo mais atento, é possível reconhecer duas classes sociais em disputa na imagem, remetendo-nos ao conceito de luta de classes, popularizado pela literatura marxista. De um lado, os operários, enquanto vendedores de sua força de trabalho e explorados, lutam para manter os ponteiros do relógio em 8 horas. Do outro, os burgueses ou capitalistas (identificados pelas casacas e cartolas), proprietários dos meios de produção e exploradores, tentam avançar o relógio e ampliar a jornada de trabalho. Enfim, a concepção de luta social aqui presente não deixa dúvidas da influência marxista sobre os sindicatos da época e de sua consequente representação das classes como forças opostas na disputa pelos seus interesses específicos.

IMAGEM 1



IPT, 2011.

IMAGEM 2



Ândrea Moreira de Araujo, 2011.

As imagens acima ilustram uma contradição característica de médios e grandes centros urbanos no Brasil, destacando-se o fato de que ambas dizem respeito a formas de segregação socioespacial.

Considerando as imagens e seus conhecimentos, identifique e explique

- a) duas causas socioeconômicas geradoras do tipo de segregação retratado na Imagem 1;
- b) o tipo de segregação retratado na Imagem 2 e uma causa socioeconômica responsável por sua ocorrência.

Resposta

a) Rápido e acelerado crescimento urbano, promovido principalmente pelo êxodo rural, aliado aos processos de mecanização do campo (expulsão da mão - de - obra) e da industrialização nos centros urbano, responsável por uma forte atração populacional que acabou gerando ocupações irregulares e desordenadas, em áreas de riscos (áreas de encostas) com total falta de infraestrutura e sem políticas públicas.

b) A figura ilustra os condomínios fechados, procurados pelas classes dominantes em busca de fugir da violência e obter tranquilidade. Embora seja legítimo, só ponto de vista do indivíduo, buscar maior segurança para si e para sua família, esse fenômeno acentua a exclusão social e reduz os espaços urbanos públicos, uma vez que propicia o crescimento de espaços privados e de circulação restrita.

Considere a tabela, que traz dados sobre o equilíbrio federativo brasileiro.

Representatividade político-espacial no Brasil, por Grandes Regiões – 2010

Grandes Regiões	Número de estados	Habitantes / Senador	Habitantes / Deputado Federal
Norte	7	755.450	244.068
Nordeste	9	1.965.998	351.536
Centro-Oeste	3 + DF	3.514.523	342.880
Sudeste	4	6.697.034	448.963
Sul	3	3.042.987	355.673

www.ibge.gov.br e www.tse.jus.br. Acesso em novembro de 2011.

Com base na tabela e em seus conhecimentos,

- analise a representatividade político-espacial no Brasil;
- identifique uma consequência da criação de um novo estado para o equilíbrio federativo brasileiro. Explique.

Resposta

a) o número de deputados segue uma proporção em relação à população, aproximando assim, a representatividade entre unidades federativas. O número de senadores, entretanto, é fixo, fato que gera grandes variações regionais na representatividade da população entre os Estados brasileiros.

b) Aumento da máquina pública, com a entrada de três novos senadores no governo federal, e um aumento do número de deputados proporcional à população do novo Estado. Tais mudanças tendem a fortalecer a representatividade política da região em que o novo Estado esteja inscrito.

AMÉRICA DO SUL - EIXOS DE INTEGRAÇÃO E DESENVOLVIMENTO



Nos mapas, estão representados os Eixos de Integração e Desenvolvimento previstos pela Iniciativa para a Integração da Infraestrutura Regional Sul-Americana (IIRSA), da qual o Brasil é um dos países membros, desde o ano 2000.

Com base nos mapas e em seus conhecimentos,

- identifique todos os Eixos de Integração com impacto direto sobre o mercado externo brasileiro, analisando, particularmente, o Eixo de Integração 9. Explique.
- identifique e analise dois possíveis impactos ambientais do Eixo de Integração 8

Resposta

a) Os eixos de integração com impacto direto sobre os mercados externos brasileiros são os de números, 3, 4, 5, 6, 8 e 9. O eixo número 9 visa constituir infraestrutura que fortaleça a integração regional já constituída de forma política (MERCOSUL). Essa integração busca aprofundar a inserção da região na economia global principalmente em direção ao núcleo geoeconômico do pacífico.

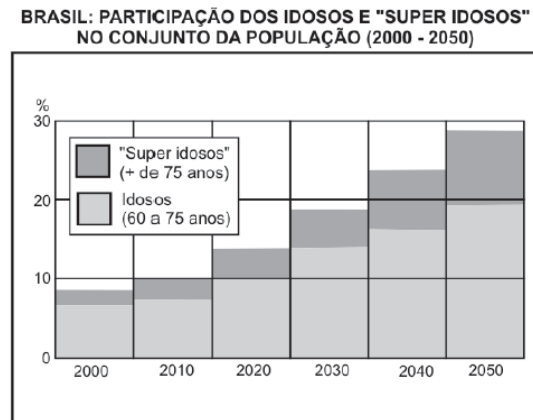
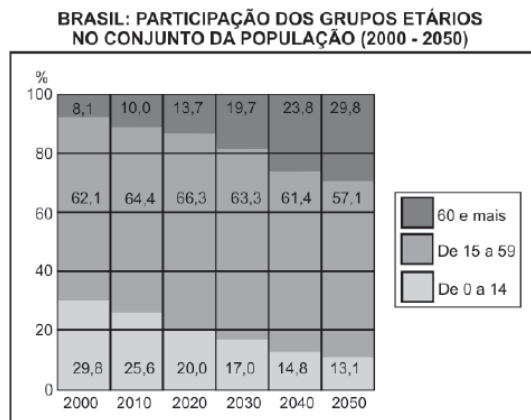
b) O eixo número oito tende a ampliar a ocupação de biomas como o Pantanal, o Cerrado e a Mata Atlântica no sentido Oeste - Leste. Tal expansão pode ampliar o desmatamento devido à construção de grandes obras de infraestrutura, atividades agropecuárias e a o crescimento urbano – industrial. Além disso, as obras de hidrovias no Centro – Oeste tendem a afetar a dinâmica de cheias do pantanal e acentuar o assoreamento.

Há mais de 40 anos, a Lei nº 4.771, de 15 de setembro de 1965, conhecida como Código Florestal, estabeleceu no seu Artigo 1º: “As florestas existentes no território nacional e as demais formas de vegetação, reconhecidas de utilidade às terras que revestem, são bens de interesse comum a todos os habitantes do País, exercendo-se os direitos de propriedade, com as limitações que a legislação em geral e especialmente esta Lei estabelecem”.

Em pesquisa realizada pelo Instituto Datafolha, em junho de 2011, para saber a opinião do cidadão brasileiro sobre a proposta de mudanças no Código Florestal, 85% dos entrevistados optaram por “priorizar a proteção das florestas e dos rios, mesmo que, em alguns casos, isto prejudique a produção agropecuária”; para 10%, deve-se “priorizar a produção agropecuária mesmo que, em alguns casos, isto prejudique a proteção das florestas e dos rios”; 5% não sabem.

- a) O Artigo 1º da Lei nº 4.771 indica a existência de um conflito, de natureza social, que justifica a necessidade da norma legal. Que conflito é esse? Explique.
- b) Analise os resultados da pesquisa feita pelo Instituto Datafolha, acima expostos, relacionando-os com o Artigo 1º da Lei nº 4.771.

- a)** O artigo em questão trata das florestas como patrimônio de toda a população nacional. Tal concepção, entretanto, mascara a ampla diversidade de interesses existentes na sociedade brasileira, como no caso de produtores rurais e ambientalistas.
- b)** A pesquisa revela que, se seguida à risca a legislação expressa no Artigo 1, a preservação dos recursos naturais deveria ser prioritária em relação à exploração agrícola, uma vez que é a vontade expressa pela maioria dos brasileiros entrevistados na pesquisa.



IBGE, 2010 e Boletim Mundo, abril, 2011. Adaptado.

Com base nos gráficos e em seus conhecimentos,

a) caracterize o processo de transição demográfica em curso no Brasil;

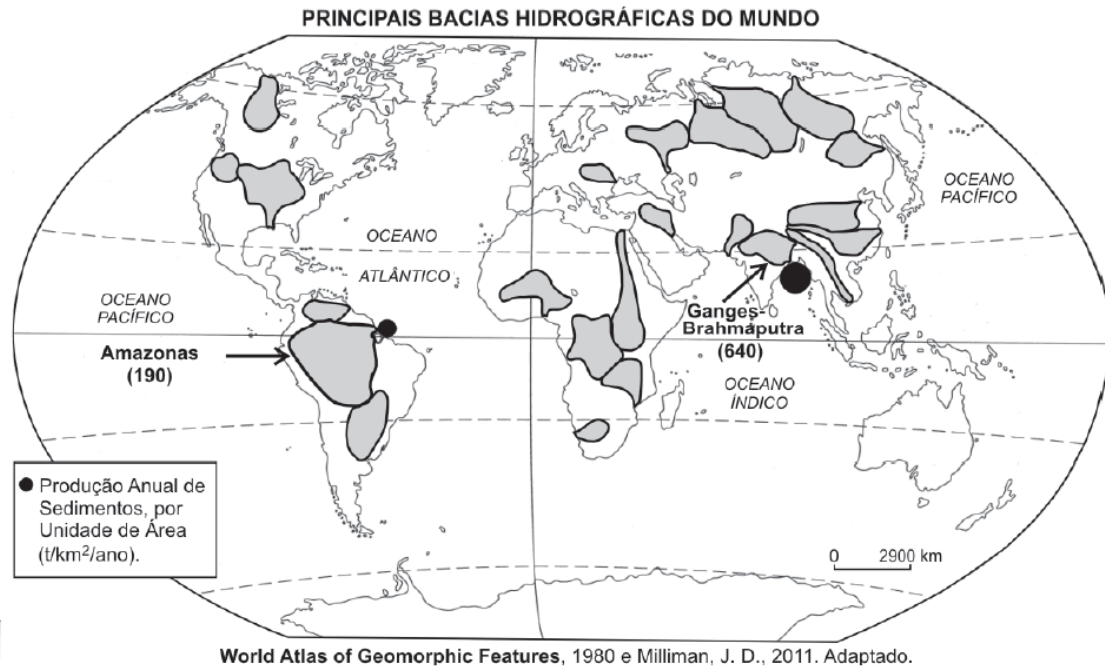
b) cite e explique dois possíveis impactos da transição demográfica brasileira sobre políticas públicas.

Resposta

a) A transição demográfica em curso no Brasil apresenta um aumento significativo do número de adultos e idosos na composição da pirâmide etária brasileira, aliado a uma crescente expectativa de vida e, por outro lado, uma gradativa diminuição da porcentagem de crianças e jovens.

b) Os possíveis impactos seriam uma maior preocupação com a crescente população idosa, que até em 2050 provocará um significativo impacto no processo de arrecadação e garantias para a previdência social e bem estar dos idosos. Além disso, podemos citar um maior impacto nos gastos público com a saúde e lazer para a população da terceira idade. Abre-se também uma "janela demográfica" no âmbito empregatício e educacional.

Anualmente, as principais bacias hidrográficas do mundo fazem ingressar nos oceanos dezenas de bilhões de toneladas de partículas sólidas removidas das áreas continentais, resultantes do trabalho erosivo das águas correntes superficiais. Observe o mapa:



A bacia hidrográfica Ganges-Brahmaputra, se comparada à do Amazonas, produz 3,4 vezes mais sedimentos por unidade de área, tendo, aproximadamente, 1/4 da área de drenagem e 18% da vazão média da bacia hidrográfica amazônica.

Comparando-se os dados acima apresentados, a posição geográfica e o uso do solo nessas áreas, identifique um fator responsável pela

- a) quantidade relativamente baixa da produção anual de sedimentos, por unidade de área, da bacia hidrográfica amazônica. Explique;
- b) elevada produção anual de sedimentos, por unidade de área, da bacia hidrográfica Ganges-Brahmaputra. Explique.

a) A região da bacia hidrográfica do Amazonas se localiza em uma área de baixa concentração populacional, com poucos centros urbanos, florestas fechadas de difícil acesso e baixa utilização do solo. Esses fatores implicam em pouca produção de sedimentos.

b) O Ganges-Brahmaputra apresenta ao longo de seu curso e sua foz um maior acúmulo de sedimentos promovido pela alta concentração populacional em suas margens. Porém, com maior utilização dos solos nas atividades agrícolas de cultivos intermitentes, implicando em maior exposição dos solos aos processos erosivos.